

开口/封闭薄壳体声辐射和散射的 统一边界积分方程解法^{*}

毛义军 祁大同[†]

(西安交通大学能源与动力工程学院, 西安 710049)

(2009 年 1 月 7 日收到 2009 年 4 月 3 日收到修改稿)

推导了在二维和三维空间下开口和封闭薄壳体在任意阻抗边界条件下声辐射和散射的统一边界积分方程. 相对于以前的求解方法, 该方程求解声辐射和散射问题具有相同的影响矩阵, 能够同时求解薄壳体气动和振动噪声的辐射和散射现象, 以及分析壳体声阻抗对声波传播的影响. 推导的方程可以应用于叶轮机械、管道等噪声和消声器消声性能的预测等方面. 在此方程基础上, 可以进一步考虑运动边界和运动介质对声辐射和散射的影响.

关键词: 薄壳体, 声阻抗, 积分方程, 边界元方法

PACC: 0340K, 4320

1. 引 言

薄壳体结构如汽车车身、介质输送管道、消声器、叶轮机械的蜗壳等辐射和散射噪声的问题广泛存在于生产生活当中. 封闭薄壳体结构的噪声预测常采用边界元方法(BEM)进行求解, 但是对于开口薄壳体结构, 如果采用传统的边界元方法求解, 则会产生 TSB (thin-shape breakdown) 问题^[1]. 为了解决这一问题, Seybert 等^[2]最早通过构造虚拟面提出了多区域边界元方法(multi-domain BEM). 该方法巧妙利用虚拟面上的速度、压力连续性条件同时求解内、外部声场, 但是由于需要对虚拟面进行离散, 因此, 当虚拟面的尺寸相对较大时导致满系数影响矩阵的阶数较大, 计算成本较高. 随后, Wu 等^[3]也利用了虚拟面的思想并对积分方程求法向偏导提出了一种开口薄壳体边界元方法(thin-body BEM), 该方法不需要进行虚拟面离散, 从而能够更加节省计算成本. Wu 等的工作引起了很多学者的广泛关注并开展了大量的后续研究工作, 并将其应用于不同场合的声现象分析中. 如 Wu 等^[4-6]将其推广到考虑吸声材料的影响并应用在消声器的性能分析中; Chen 等^[7-10]将其应用于空腔噪声和挡水板的隔声性能分析. 类似地, Lacerda 等^[11]和 Premat 等^[12]将其应用于隔声档板的隔声性能分析;

Liu 等^[13-15]和 Mathews 等^[16]对阻抗边界条件和数值解法进行了相关的研究; Yang^[17-19]着重对二维空间内的薄壳体声散射问题进行了研究; Mao 等^[20-22]将其应用于离心风机气动噪声的数值预测当中; Lee 等^[23-26]将其应用于轴流式叶轮机械的气动噪声预测和壳体振动噪声的优化设计中, 声学边界元的部分商业软件也采用了这种方法, 如 Vnoise^[27].

上述大部分研究关注的是薄壳体结构对声波散射的影响, 但是在很多场合, 薄壳体不仅作为声波的散射体而且同时也是非紧凑的声源辐射体. 此外, 实际的薄壳体多为弹性体结构, 气动和振动噪声的现象往往同时并存, 目前的大部分研究一般将其分离成两个完全独立的过程进行分析, 这种求解方式往往不能分析振动和气动噪声的相位差对观察点位置总声压的影响. 以图 1 所示离心风机为例, 其噪声由气动噪声和振动噪声两部分组成, 其中作用在蜗壳和叶轮壁面的非定常气动力不仅是重要的气动噪声偶极子源, 同时也诱发叶轮和蜗壳振动, 向外辐射振动噪声. 气动噪声的相位和非定常气动力的相位一致, 而振动噪声由于固体材料阻尼的存在, 与气动力存在一定的相位差. 因此, 当在同一部位激发的两种类型噪声传到同一观察点位置时会存在相位差. 材料阻尼或相位控制可以认为是一种具有潜力的新型低成本噪声控制技术, 但是实现这种技术需要解决

* 国家自然科学基金(批准号 50976084)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zltqi@mail.xjtu.edu.cn

气动和振动噪声的统一或协同预测问题.

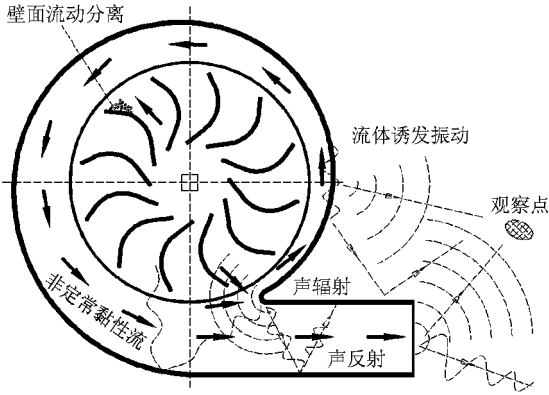


图 1 离心风机结构、流动和声波传播示意图

由于蜗壳和叶轮壁面的存在,非定常流动激发的噪声并不是在自由空间内传播,蜗壳内部声源激发的噪声在叶轮和蜗壳内壁上发生多次反射和散射后最终向外辐射,蜗壳壁面振动激发的向外辐射噪声则会受到蜗壳外壁面的反射和散射影响,声波在不规则曲面的多次反、散射过程,使得叶轮机械噪声的实际声场与自由空间下的辐射声场存在很大的不同.对于一般的工业用离心风机,其蜗壳和叶轮的几何尺寸相对波长都不可忽略,蜗壳和叶轮是非紧凑声源,其不仅是噪声的辐射体,同时也是噪声的散射体.

Wu 等^[3]提出的薄壳体边界元方法由于不需要对虚拟面进行离散,相对于 Seybert 等^[2]的多区域边界元方法能够减小影响矩阵的阶数.但是由于 Wu 等采用的是间接边界元方法的思想,当应用这种方法求解诸如离心风机噪声这类非紧凑声源的声辐射和散射现象并存的问题时,辐射和散射积分方程的影响矩阵不同,因此需要分别求解.本文在前期研究的基础上,采用直接边界元方法的思想,直接以薄壳体壁面两侧的声压为未知量,推导了薄壳体声辐射和散射的统一积分方程.利用该方程能够减少计算机内存需求而同时预测开口/封闭结构的薄壳体在任意声学边界条件下辐射和散射气动或振动噪声.该方法能够应用于叶轮机械蜗壳辐射噪声和吸声材料对噪声控制的影响预测,也能够应用于其他类似的声学问题研究.

2. 数学物理模型

2.1. 散射噪声边界元模型

当声源不在蜗壳壁面位置时,型线光滑连续的

蜗壳仅仅作作为散射体,声源激发噪声的声压边界积分方程为^[3,18]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [\Phi^+(x, \omega) + \Phi^-(x, \omega)] \\ &= \Phi_f(x, \omega) + \int_{\Gamma} \left\{ -\alpha(x, y, \omega) \left[\frac{\partial \Phi^+(y, \omega)}{\partial n(y)} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{\partial \Phi^-(y, \omega)}{\partial n(y)} \right] + \frac{\partial \alpha(x, y, \omega)}{\partial n(y)} [\Phi^+(y, \omega) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \Phi^-(y, \omega)] \right\} d\Gamma(y) \quad (x \in \Gamma), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Phi(x, \omega) &= \Phi_f(x, \omega) + \int_{\Gamma} \left\{ -\alpha(x, y, \omega) \right. \\ & \quad \times \left[\frac{\partial \Phi^+(y, \omega)}{\partial n(y)} - \frac{\partial \Phi^-(y, \omega)}{\partial n(y)} \right] + \frac{\partial \alpha(x, y, \omega)}{\partial n(y)} \\ & \quad \left. \times [\Phi^+(y, \omega) - \Phi^-(y, \omega)] \right\} d\Gamma(y) \quad (x \notin \Gamma), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 x 和 y 分别表示观察点和源点位置矢量, Γ 表示散射体壁面, $n(y)$ 表示 y 位置处的法线方向, $\alpha(x, y, \omega)$ 为 Helmholtz 方程的基本解, $\Phi_f(x, \omega)$ 表示声源的辐射声压, $\Phi^+(x, \omega)$ 和 $\Phi^-(x, \omega)$ 分别表示蜗壳内和外侧壁面的声压, $\Phi(x, \omega)$ 表示非蜗壳壁上任意观察点位置 x 处的声压,对方程 (1) 求关于 $n(x)$ 的偏导得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Phi^+(x, \omega)}{\partial n(x)} + \frac{\partial \Phi^-(x, \omega)}{\partial n(x)} \right] = \frac{\partial \Phi_f(x, \omega)}{\partial n(x)} \\ & + \int_{\Gamma} \left\{ -\frac{\partial \alpha(x, y, \omega)}{\partial n(x)} \left[\frac{\partial \Phi^+(y, \omega)}{\partial n(y)} - \frac{\partial \Phi^-(y, \omega)}{\partial n(y)} \right] \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 \alpha(x, y, \omega)}{\partial n(y) \partial n(x)} [\Phi^+(y, \omega) - \Phi^-(y, \omega)] \right\} d\Gamma(y) \\ & \quad (x \in \Gamma). \end{aligned} \quad (3)$$

情形 1 蜗壳作为声学硬边界处理时边界条件为

$$\frac{\partial \Phi^+(x, \omega)}{\partial n(x)} = \frac{\partial \Phi^-(x, \omega)}{\partial n(x)} = 0, \quad (4)$$

方程 (1) 和 (3) 采用等参边界元方法离散成矩阵形式,有

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}I - H & \frac{1}{2}I + H \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_f(x, \omega) \\ \frac{\partial \Phi_f(x, \omega)}{\partial n(x)} \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

求解出壁面两侧的 $\Phi^+(x, \omega)$ 和 $\Phi^-(x, \omega)$ 后回代入方程 (2) 即可求解得到任意观察点位置 x 处的声压 $\Phi(x, \omega)$.

情形 2 蜗壳壁面带吸声材料处理时边界条件为

$$\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = ik\beta^+(\mathbf{x})\Phi^+(\mathbf{x}, \omega), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = -ik\beta^-(\mathbf{x})\Phi^-(\mathbf{x}, \omega), \quad (7)$$

其中 $\beta^+(\mathbf{x})$ 和 $\beta^-(\mathbf{x})$ 分别为蜗壳内外侧壁面的归一化表面声导纳. 方程(1)和(3)采用等参边界元方法离散成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}I - H + ik\beta^+(\mathbf{y})G & \frac{1}{2}I + H + ik\beta^-(\mathbf{y})G \\ ik\beta^+(\mathbf{y})\left(\frac{1}{2}I + M\right) - K & -ik\beta^-(\mathbf{y})\left(\frac{1}{2}I - M\right) + K \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi(\mathbf{x}, \omega) \\ \frac{\partial \Phi_1(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

方程(5)是方程(8)的特殊形式, 即当 $\beta^+(\mathbf{x}) = \beta^-(\mathbf{x}) = 0$ 时, 方程(8)即转化为方程(5).

2.2. 辐射噪声边界元模型

当声源位于蜗壳壁面时, 蜗壳作为非紧凑声源, 其壁面不但辐射噪声, 而且同时也散射其他位置辐射出来的噪声, 总声压边界积分方程为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}[\Phi^+(\mathbf{x}, \omega) + \Phi^-(\mathbf{x}, \omega)] = \int_{\Gamma} \left\{ -\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \right. \\ & \times \left[\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} - \frac{\partial \Phi^-(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} \right] + \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} \\ & \left. \times [\Phi^+(\mathbf{y}, \omega) - \Phi^-(\mathbf{y}, \omega)] \right\} d\Gamma(\mathbf{y}) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \Phi(\mathbf{x}, \omega) = \int_{\Gamma} \left\{ -\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \right. \\ & \times \left[\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} - \frac{\partial \Phi^-(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} \right] + \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} \\ & \left. \times [\Phi^+(\mathbf{y}, \omega) - \Phi^-(\mathbf{y}, \omega)] \right\} d\Gamma(\mathbf{y}) \quad (\mathbf{x} \notin \Gamma). \end{aligned} \quad (10)$$

对方程(9)求关于 $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ 的偏导得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} + \frac{\partial \Phi^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \right] = \int_{\Gamma} \left\{ -\frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \right. \\ & \times \left[\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} - \frac{\partial \Phi^-(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} \right] + \frac{\partial^2 \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y}) \partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \\ & \left. \times [\Phi^+(\mathbf{y}, \omega) - \Phi^-(\mathbf{y}, \omega)] \right\} d\Gamma(\mathbf{y}) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma). \end{aligned} \quad (11)$$

情形 1 蜗壳作为声学硬边界处理时, 有

$$\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = \frac{\partial \Phi_1^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Phi^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = -\frac{\partial \Phi_1^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})}. \quad (13)$$

方程(9)和(11)采用等参边界元方法离散成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}I - H & \frac{1}{2}I + H \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -G & -G \\ -\frac{I}{2} - H & \frac{I}{2} - H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_1^+}{\partial \mathbf{n}} \\ \frac{\partial \Phi_1^-}{\partial \mathbf{n}} \end{Bmatrix}. \quad (14)$$

情形 2 蜗壳壁面带吸声材料处理时边界条件为

$$\frac{\partial \Phi^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = \frac{\partial \Phi_1^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} + ik\beta^+(\mathbf{x})\Phi^+(\mathbf{x}, \omega), \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = -\frac{\partial \Phi_1^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} - ik\beta^-(\mathbf{x})\Phi^-(\mathbf{x}, \omega). \quad (16)$$

方程(9)和(11)采用边界元方法离散成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}I - H + ik\beta^+(\mathbf{y})G & \frac{1}{2}I + H + ik\beta^-(\mathbf{y})G \\ ik\beta^+(\mathbf{y})\left(\frac{1}{2}I + M\right) - K & -ik\beta^-(\mathbf{y})\left(\frac{1}{2}I - M\right) + K \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -G & -G \\ -\frac{I}{2} - M & \frac{I}{2} - M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_1^+}{\partial \mathbf{n}} \\ \frac{\partial \Phi_1^-}{\partial \mathbf{n}} \end{Bmatrix}. \quad (17)$$

需要说明的是, 当上述方程应用于气动噪声求解时通常有

$$\frac{\partial \Phi_1^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \neq -\frac{\partial \Phi_1^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})}, \quad (18)$$

针对于离心风机其蜗壳外侧壁面通常不存在气动声源激励, 则有

$$\frac{\partial \Phi_1^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = 0. \quad (19)$$

蜗壳内部考虑非定常气动力激励 $P(\mathbf{y}, \omega)$, 有^[18]

$$\frac{\partial \Phi_1^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = \int_{\Gamma} \frac{\partial^2 \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y}) \partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} P(\mathbf{y}, \omega) d\Gamma(\mathbf{y}). \quad (20)$$

对于薄壳体振动激发的噪声, 可以认为壳体内外两侧的振动速度相等, 有

$$\frac{\partial \Phi_1^+(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = -\frac{\partial \Phi_1^-(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})}. \quad (21)$$

方程(20)和(21)中的非定常气动力激励和蜗壳的振动速度可以通过数值计算得到.

2.3. 统一积分方程模型

由于采用直接边界元方法的思想,直接以薄壳体两侧声压作为未知量进行求解,得到的声散射方程(8)和辐射方程(17)的左端项完全相同,右端项的差异是由于声源的位置不同引起,因此为了建立声辐射和散射问题的统一积分方程引入 δ 函数如下:

$$\delta(\mathbf{y}) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{y} \in \Gamma), \\ 0 & (\mathbf{y} \notin \Gamma), \end{cases} \quad (22)$$

则辐射和散射噪声的边界积分方程可以统一表示为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}I - H + ik\beta^+(\mathbf{y})G & \frac{1}{2}I + H + ik\beta^-(\mathbf{y})G \\ + ik\beta^+(\mathbf{y})\left(\frac{1}{2}I + M\right) - K & - ik\beta^-(\mathbf{y})\left(\frac{1}{2}I - M\right) + K \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^- \end{Bmatrix} = \delta \begin{bmatrix} -G & -G \\ -\frac{I}{2} - M & \frac{I}{2} - M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_1^+}{\partial \mathbf{n}} \\ \frac{\partial \Phi_1^-}{\partial \mathbf{n}} \end{Bmatrix} + (1 - \delta) \begin{Bmatrix} \Phi_1(\mathbf{x}, \omega) \\ \frac{\partial \Phi_1(\mathbf{x}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \end{Bmatrix}. \quad (23)$$

方程(23)即构成了薄壳体声辐射和散射的统一边界积分方程形式.通过上述方程求解得到相关未知量 Φ^+ 和 Φ^- 代入如下方程即可求得空间内任意位置的声压信息:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{x}, \omega) &= (1 - \delta)\Phi_1(\mathbf{x}, \omega) + \delta \int_{\Gamma} -\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \\ &\times \left(\frac{\partial \Phi_1^+(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} - \frac{\partial \Phi_1^-(\mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} \right) d\Gamma(\mathbf{y}) \\ &+ \int_{\Gamma} \left\{ \left[\frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} - ik\beta^+(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \right] \Phi^+(\mathbf{y}, \omega) \right. \\ &\left. - \left[\frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} - ik\beta^-(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\times \Phi^-(\mathbf{y}, \omega) \Big\} d\Gamma(\mathbf{y}). \quad (24)$$

3. 数值积分处理

在方程(23)和(24)中

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j, \omega) d\Gamma, \quad (25)$$

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y}_j)} d\Gamma, \quad (26)$$

$$M_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}_i)} d\Gamma, \quad (27)$$

$$K_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y}_j)} \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}_i)} d\Gamma. \quad (28)$$

其积分核在二维和三维空间下的形式如下:

$$\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \begin{cases} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(\chi(kr)) & (\mathbf{x} \in R^2), \\ \frac{e^{ikr}}{4\pi r} & (\mathbf{x} \in R^3), \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y})} &= \mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot \nabla_{\mathbf{y}} \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \\ &= \begin{cases} \frac{ik}{4} \frac{H_1^{(1)}(\chi(kr))}{r} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}) & (\mathbf{x} \in R^2), \\ -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikr}(ikr-1)}{r^3} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}) & (\mathbf{x} \in R^3), \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} &= \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \\ &= \begin{cases} -\frac{ik}{4} \frac{H_1^{(1)}(\chi(kr))}{r} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) & (\mathbf{x} \in R^2), \\ \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikr}(ikr-1)}{r^3} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) & (\mathbf{x} \in R^3), \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{y}) \partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} &= \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \nabla_{\mathbf{x}} [\mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot \nabla_{\mathbf{y}} \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)] \\ &= \begin{cases} \frac{ik}{4} \left[kH_0^{(1)}(\chi(kr)) - \frac{2H_1^{(1)}(\chi(kr))}{r} \right] \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y})}{r} + \frac{ik}{4r} H_1^{(1)}(\chi(kr)) \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}) & (\mathbf{x} \in R^2), \\ \frac{e^{ikr}}{4\pi r^3} \left[(k^2 r^2 + 3ikr - 3) \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y})}{r} + (1 - ikr) \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}) \right] & (\mathbf{x} \in R^3), \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$ 表示源点到观察点的位置矢量, $r =$

$|\mathbf{r}|$ 表示源点与观察点之间的距离.下面主要介绍

上述积分在二维和三维空间下的数值处理方法.

3.1. 二维空间数值处理

在二维空间下,边界上的积分是一维单重积分.

当 $i \neq j$ 即 $x \neq y$ 时,有

$$G_{ij} = \frac{i\Gamma_j}{8} \int_{-1}^1 H_0^{(1)}(\chi kr) d\xi, \quad (33)$$

$$H_{ij} = \frac{ik\Gamma_j}{8} \int_{-1}^1 \cos\alpha H_1^{(1)}(\chi kr) d\xi, \quad (34)$$

$$M_{ij} = \frac{-ik\Gamma_j}{8} \int_{-1}^1 \cos\delta H_1^{(1)}(\chi kr) d\xi, \quad (35)$$

$$K_{ij} = \frac{ik\Gamma_j}{8} \int_{-1}^1 \left[\cos\alpha \cos\delta \left(kH_0^{(1)}(\chi kr) - \frac{2H_1^{(1)}(\chi kr)}{r} \right) + \cos\beta \frac{H_1^{(1)}(\chi kr)}{r} \right] d\xi, \quad (36)$$

其中 $\cos\alpha = \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y})/r$, $\cos\delta = \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x})/r$, $\cos\beta = \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y})$, Γ_j 为第 j 个离散单元长度. 方程(33)–(36)中的积分项均可以采用 Gauss-Lengrade 积分公式进行求解,具体求解方法参见文献[28].

当 $i = j$ 即 $x = y$ 时, G_{ij} , H_{ij} 和 K_{ij} 均为奇异积分,参照文献[7]数值处理方式如下:

$$G_{ij} = \frac{i}{4} \left[H_0^{(1)}\left(\frac{1}{2}k\Gamma_j\right)\Gamma_j + \frac{k\Gamma_j^2}{4} \times \int_{-1}^1 H_1^{(1)}\left(\frac{1}{2}k\Gamma_j|\xi|\right)|\xi|d\xi \right], \quad (37)$$

$$H_{ij} = 0, \quad (38)$$

$$M_{ij} = 0, \quad (39)$$

$$K_{ij} = -\frac{ik}{2} H_1^{(1)}\left(\frac{k\Gamma_j}{2}\right) + k^2 G_{ij}. \quad (40)$$

方程(37)的积分项为非奇异积分,可以类似按照 Gauss-Legendre 积分公式进行求解.

3.2. 三维空间数值处理

在三维空间下,边界上的积分是二维的,将二重积分转化为二次单重积分并利用一维空间上的单重积分处理技巧,当 $i \neq j$ 即 $x \neq y$ 时得到

$$G_{ij} = \frac{S_j}{16\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{e^{ikr}}{r} d\xi d\eta, \quad (41)$$

$$H_{ij} = -\frac{S_j}{16\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \cos\alpha \frac{e^{ikr}(ikr-1)}{r^3} d\xi d\eta, \quad (42)$$

$$M_{ij} = \frac{S_j}{16\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \cos\delta \frac{e^{ikr}(ikr-1)}{r^3} d\xi d\eta, \quad (43)$$

$$K_{ij} = \frac{S_j}{16\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{e^{ikr}}{r^3} \left[\cos\alpha \cos\delta (k^2 r^2 + 3ikr - 3) + \cos\beta (1 - ikr) \right] d\xi d\eta, \quad (44)$$

其中 S_j 为第 j 个离散单元的面积. 方程(41)–(44)同样采用 Gauss-Lengrade 积分公式即可求解.

当 $i = j$ 即 $x = y$ 时, G_{ij} , H_{ij} , M_{ij} 和 K_{ij} 也均为奇异积分,其具体数值处理方式可以参见文献[29]等.

4. 结 论

本文在前期工作基础上发展了一种薄壳体声学边界元的统一边界积分方程,方程具有以下特点:

1) 对于声辐射和散射问题具有相同的影响矩阵,能够同时求解二维或三维空间下封闭或开口薄壳体的气动或振动激发的声辐射和散射问题,降低了对计算机内存的要求;

2) 能够考虑阻抗边界条件对声波传播的影响,可以用来分析吸声材料对噪声的控制.

下一步要开展的工作如下:

1) 方程是基于静止介质的波动方程推导得到的,忽略声学介质运动对声传播的影响,而在很多应用场合(如管道高速喷射噪声等)需要考虑气流运动对噪声的影响,这就需要将目前的方程推广到该应用场合;

2) 模型忽略了运动壁面(如旋转叶片)辐射及其散射声的影响,下一步工作应研究非紧凑运动壁面对辐射和散射声场的影响;

3) 结合最优化理论,开展结构和吸声材料的声学优化设计工作,为设计低噪声产品提供理论基础.

感谢西安交通大学航空航天学院许庆余教授在本文工作中给予的指导和帮助.

- [1] Martinez R 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **90** 2728
 [2] Seybert A F, Cheng C Y R, Wu T W 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 1612
 [3] Wu T W, Wan G C 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 2900

- [4] Wu T W 1995 *J. Acoust. Soc. Am.* **97** 84
 [5] Wu T W, Wan G C 1996 *ASME Trans. J. Vib. Acoust.* **118** 478
 [6] Wu T W 2007 *J. Comput. Acoust.* **15** 145
 [7] Chen J T, Chen K H 1998 *Eng. Anal. Bound. Elem.* **21** 105

- [8] Chen J T , Chen K H , Chyuan S W 1999 *Appl. Acoust.* **57** 293
- [9] Chen J T 2000 *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* **188** 833
- [10] Chen K H , Chen J T , Chou C R , Yueh C Y 2002 *Eng. Anal. Bound. Elem.* **26** 917
- [11] Lacerda L A , Wrobel L C , Power H , Mansur W J 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **104** 670
- [12] Premat E , Gabillet Y 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 2774
- [13] Liu Y J , Rizzo F J 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **102** 925
- [14] Chen S H , Liu Y J 1999 *J. Acoust. Soc. Am.* **106** 1246
- [15] Chen S H , Liu Y J , Dou X Y 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 2737
- [16] Mathews I C , Jeans R A 2007 *J. Sound Vib.* **300** 580
- [17] Yang S A 2000 *J. Sound Vib.* **234** 225
- [18] Yang S A 2002 *J. Sound Vib.* **250** 773
- [19] Yang S A 2007 *J. Sound Vib.* **301** 864
- [20] Mao Y , Qi D , Liu X , Tang H 2008 *Proc. ImechE A* **8** 831
- [21] Mao Y J , Qi D T , Liu X L , Tang H T 2009 *J. Xi 'an Jiaotong Univ.* **43** 65 (in Chinese) [毛义军、祁大同、刘晓良、汤宏涛 2009 西安交通大学学报 **43** 65]
- [22] Mao Y J , Qi D T , Liu X L 2009 *J. Xi 'an Jiaotong Univ.* **43** 51 (in Chinese) [毛义军、祁大同、刘晓良 2009 西安交通大学学报 **43** 51]
- [23] Ih K D , Lee D J 1997 *J. Sound Vib.* **202** 361
- [24] Choi H L , Lee D J 2006 *J. Sound Vib.* **295** 739
- [25] Lee J , Wang S 2003 *J. Sound Vib.* **261** 895
- [26] Lee J , Wang S , Dikee A 2004 *J. Sound Vib.* **276** 899
- [27] Scientific Technical Software 2003 *Vnoise Theoretical Manual Release 1.3* (Varese : Scientific Technical Software) p34
- [28] Ma Z H 2005 *Handbook of Applied Mathematics* (Beijing : Tsinghua University Press) p110 (in Chinese) [马振华 2005 现代应用数学手册计算与数值分析卷 (北京 : 清华大学出版社) 第 110 页]
- [29] Sladek V , Sladek J 1998 *Singular Integrals in Boundary Element Methods* (Southampton : Computational Mechanics Publications) p85

A unified boundary integral equation for sound radiation and scattering from the open/closed thin bodies *

Mao Yi-Jun Qi Da-Tong[†]

(School of Energy and Power Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China)

(Received 7 January 2009 ; revised manuscript received 3 April 2009)

Abstract

A unified boundary integral equation is proposed to solve the sound radiation and scattering from the open/closed thin-bodies with arbitrary acoustic impedance in two- and three-dimensional domain. The proposed integral equation has the same influence matrix for both acoustic radiation and scattering problems and can synchronously solve the sound radiation and scattering from non-compact thin-body with arbitrary acoustic impedance condition , which can be applied to predict the noise of turbomachinery , pipe , and the muffler performance. In further work , the effects of moving surface and moving medium on sound radiation and scattering should be considered.

Keywords : thin body , acoustic impedance , integral equation , boundary element method

PACC : 0340K , 4320

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50976084).

[†] Corresponding author. E-mail : dtqi@mail.xjtu.edu.cn