



數學及自然科學

Department of Mathematics  
136-National Pedagogical

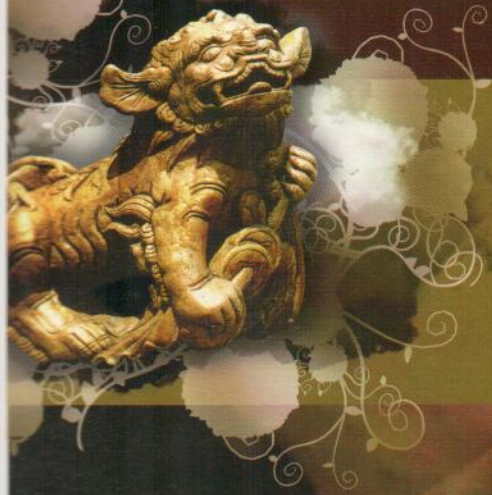
# 王金龍

教授

現職單位：台灣大學數學系

學術專長：代數幾何學與微分幾何學

個人教學研究網址：<http://math.ntu.edu.tw/~dragon/index.htm>







## 學歷

台大數學系學士	1990
哈佛大學數學系博士	1998

## 經歷

台大數學系助理教授	1998-08
清大數學系助理教授，副教授	2000-08，2001-08
中央數學系副教授，教授	2004-02，2004-08
台大數學系教授	2008-08

## 曾獲得之學術獎勵

國科會傑出獎	2000，2004
世界華裔數學家大會 (ICCM-2001)晨興數學獎銀獎	2001
中山學術著作獎	2003
國家理論科學中心陳省身研究員獎 (Chern Fellow)	2004 - 2008
教育部學術獎	2007

## 從事研究過程

王金龍於1998年在數學大師丘成桐院士指導下取得哈佛大學博士學位。由於他在Hodge理論與Calabi-Yau模空間的出色成果，使他在畢業前獲提名為哈佛Junior Fellow。然而家庭因素使他放棄這個機會並旋即回國服務。他曾任教於台大、清大、中央，並於2008年再度返回台大數學系任教。王金龍的研究領域主要是代數幾何學的雙有理幾何學及Calabi-Yau流形的模空間等理論及其相關的拓樸，算術幾何與量子幾何等問題。近年來他在幾何分析與偏微分方程理論，尤其是Green function的臨界點分布問題，也多有著墨。

哈佛研究生時期，1993 - 1998：他早期的工作始於1995年研究Calabi-Yau模空間的不完備性。他發現了此一不完備性與所謂典型奇異點的產生有一一對應的關係[1]。從弦理論的觀點，這類奇異點與黑洞的形成有關，並導致其狀態空間 (Calabi-Yau流形) 發生extremal transition或者flop transition。對於後者，物理理論推測一大類幾何量在此變換下的不變性。王金龍的博士論文便是在嚴格的數學架構下證明此一不變性[2, 3]。

台大時期(初期)，1998-2000：王金龍在1998至2000間提出了雙有理幾何學中的K等價理論。他大膽地提出了四個猜想並給出許多證據。期間王金龍在中央研究院主辦了台灣第一次的NCTS Summer School in Algebraic Geometry(1999 August)，邀請了包含翟敬立、Kawamata、 Viehweg與Esnault等一流學者來台講授代數幾何的最新進展。這個活動促成了後來的許多國際合作與交流。王金龍也於1999冬季訪問翟敬立(U. Penn)，2000初訪問Viehweg與Esnault (德國Essen)。這兩次訪問是K等價理論最後成型的重要催化劑。由於理論中心最初設於新竹，王金龍遂於2000年8月轉赴清大任職，開始與理論中心的長期合作。

清大/理論中心時期，2000-2003：近年來，高維度代數幾何學的核心理論始於Mori在1982年提出的極小模型理論(MMP)。然而，極小模型在高維度的其不唯一性是個大問題。K等價的提出正是企圖理解此不唯一性。王金龍因此於2001春季獲邀訪問Harvard大學一學期。更因而獲頒2001年世界華裔數學家大會晨興數學銀獎。他在大會的報告專文[4]詳述此一理論，並為許多專家所引用。K等價現今已是一個熱門的題目。

K等價是flop transition的推廣。王金龍證明所有在K等價之下保持不變的曲率積分正是所謂的complex elliptic genera [6]。這個結果對研究Ricci曲率相近的流形有重要的應用，並給予不唯一性問題一個拓樸的部分解決。王金龍亦成功地運用了p-adic Hodge理論，證明了L函數與Etale上同調的Galois群表示在半單純化下的不變性[5]，將雙有理幾何學與算術幾何中的motive理論建立起聯結。這個時





期，王金龍在Calabi-Yau模空間的幾何研究也有重要的進展[7]，其中包含了Riemann曲率張量的精確及漸進公式的推導[8]。事實上，[1, 8]是這個領域的先驅。

由於教學理念的差異與家庭的考量，他於2004年2月轉赴中央大學任職，並任中央大學派駐國家理論科學中心的中心科學家。他同時成為第一位獲得國家理論科學中心傑出青年學人獎的學者。

中大/理論中心時期，2004-2008春季：王金龍從2004年起在中央大學進行兩項耗時的尖端研究。(I) 與林惠雯、李元斌合作的關於量子上同調環在K等價之下的不變性問題。(II) 與林長壽院士合作的關於Green函數的臨界點分佈與其相關的非線性偏微分方程問題。

(I) K等價流形雖保有相同的拓撲同調群，其乘法環結構卻無法保持。在ordinary flips之下其topological defect在2004年初被王金龍與林惠雯所完全決定。隨即他們證明古典同調環的乘法結構引起的誤差項被extremal射線上對應的量子修正項所修補。王金龍因而獲邀在第三屆世界華裔數學家大會擔任大會主講。自2005下半年起，在與理論中心常訪學者李元斌(Utah大學)的研討中，他們發展出所謂reconstruction的新方法，使他們的定理在大量子同調環的不變性上得以擴展。這是近年來Gromov-Witten理論最主要的結果之一[9]。

(II)這是2003年9月在理論中心開始的一項工程。但是一直到2005夏季才有重大突破。確切而言，王金龍與林長壽證明Laplace算子的Green function在平坦tori上僅能有3或5個臨界點，而其個數與此tori的形狀息息相關。解決這個問題並不存在任何直接方法。相反地，他們必須引用平均場方程 $\Delta u + r \exp(u) = r\delta$ 來研究它。臨界點的數量與方程的解透過黎曼面的週期積分建立起深刻的關聯。他們發展了一套對稱化理論，將Moser著名的方法推廣到允許有delta奇異點的橢圓方程。這個研究開啟了函數論，幾何學與偏微分方程一個新的結合方向[10]。

台大/理論中心北區(NCTS-TPE)與台大數學科學中心(TIMs)時期，2008夏季開始：為了全力發展前述兩項研究，王金龍協同其夫人暨合作者林惠雯於2008夏天返回台大任職。持續與NCTS在代數幾何主題計畫的長期合作，並且深化與TIMs主任林長壽的合作。在量子環的不變性上，王金龍團隊持續獲得突破性的成果[11, 12]。

王金龍在他的2008-2011國科會計畫中提出量子A+B模型理論。量子環即為A模型。B模型代表流形的Kodaira-Spencer理論，即複結構的變動理論。對於flop transition Y到X,  $A(Y)=A(X)$ 以及 $B(Y)=B(X)$ 。但是要完整研究弦理論的模空間仍需討論extremal transition的情形。這時Y將其內的一個子空間E收縮至一個典型奇異點p，而X即為此奇異點p的光滑化。此時 $A(Y)>A(X)$ (因為Y有較多的交互作用函數)。但是同時 $B(Y)<B(X)$ (因為X多了一個vanishing cycle Z)。王金龍大膽地提出了A+B理論的不變性。換言之，從Y到X消失的A模型會恰好轉換成X上多出的cycle Z的B模型。因此，完整的量子效應不應只是量子環，而是量子A+B模型！他的團隊目前在每一個維度都找到證據。這是局部鏡對稱思維至今最完備的理論架構。也是王金龍目前研究的核心。

## 具體學術成果

- [1] On the incompleteness of the Weil-Petersson metric along degenerations of Calabi-Yau manifolds, Math. Res. Lett. 4 (1997), 157—171
- [2] Topology of Birational Manifolds and Its Applications to Degenerations, Ph.D Thesis 1998, Harvard University
- [3] On the topology of birational minimal models, J. Differential Geometry 50 (1998), no.1, 129—146
- [4] K-equivalence in birational geometry, in "Proceeding of the Second International Congress of Chinese Mathematicians (Grand Hotel, Taipei 2001)", International Press 2002
- [5] Cohomology theory in birational geometry, J. Differential Geometry 60 (2002), no.2, 345—354
- [6] K-equivalence in birational geometry and characterizations of complex elliptic genera, J. Algebraic Geometry 12 (2003), no.2, 285—306
- [7] Quasi-Hodge metrics and canonical singularities, Math. Res. Lett. 10 (2003), 57—70
- [8] Curvature properties of the Calabi-Yau moduli, Documenta Mathematica 8 (2003), 577—590





- [9] (with Y.-P. Lee and H.-W. Lin) Flops, motives and invariance of quantum rings, to appear in *Annals of Mathematics* (accepted February 2007), 51 pages, arXiv:math/0608370
- [10] (with C.-S. Lin) Elliptic functions, Green functions and the mean field equations on tori, to appear in *Annals of Mathematics* (accepted April 2008), 45 pages, arXiv:math/0608358
- [11] (with B. Fu) Motivic and quantum invariance under stratified Mukai flops, *J. Differential Geometry* 80 (2008), no.2, 261—280
- [12] (with Y. Iwao, Y.-P. Lee and H.-W. Lin) Invariance of Gromov-Witten theory under simple flops, preprint 2008, 29 pages, submitted arXiv:0804.3816

## 未來研究重點及方向

I. 量子極小模型綱領(QMMP)及A+B模型：最急切的任務是先完成一般的平凡手術之下量子環的不變性證明。下一個任務是給予量子A+B model精確的數學定義。並證明在流形之間的extremal transition Y到X之下A+B的不變性。這個定義必須將辛結構的變動以及複結構的變動融合在一個更完備的變動理論中。這是更一般形式的K等價關係之下完整量子效應的不變性猜想。進一步地，對於一個blow-up映射 $f: Y \rightarrow X$ ，雖然Y和X非K等價，王金龍希望證明誘導映射 $f^*$ 將 $A(X)+B(X)$ 嵌入 $A(Y)+B(Y)$  成為一個子理論，而其差項可以被holomorphic Jacobian factor所完全決定。即A+B模型滿足類似微積分中的換變數公式。這是QMMP能否make sense的關鍵。

II. 平均場方程與Green function的臨界點分布問題：王金龍與林長壽合作的關鍵在於發現了當 degree theory無法適用時，某種「代數幾何結構」就會恰好產生。對於tori，這個連結需透過Green function的臨界點與periods integrals來達成。他們最近的工作已接近徹底了解具有一個奇異源的平均場方程的解的結構。剩下來的關鍵是去刻劃G的臨界點分布。下一個目標是將理論推廣到高虧格 (higher genus  $g>1$ )的黎曼面S。初步的想法是發展一套Differential Abel-Jacobi Theory將S嵌入其Jacobian torus  $J(S)$ 。由於 $J(S)$ 上有theta函數，或可仿照tori的情形造出Green function，進而找出S上平均場方程的解與G的臨界點的對應關係。

## 教學課程綱要

弦理論與代數幾何，微分幾何的深刻關聯已經超過了20年。然而對於多數理論物理學家而言，相關的數學工具仍然太過抽象或艱澀。對數學家而言，他們大多數並不熟悉基本的量子場論。因此雖然在歐美一些中心這些深刻連結一直在發酵，在台灣，數學與弦理論的相互影響還卻未曾真正開始！對數學而言，弦理論對現代幾何甚至更廣泛的數學的影響已經不可能繼續被忽視。因此我們需要一個或數個課程來開啟這扇門。在這三年，我的規劃為一組數學課程，包含一門稍有物理導向以及一門純幾何的課。這組課程的主要目的是讓參與者能有更多基礎來跟上晚近在國際間相關方向的研究工作。其中數學的部分以Calabi-Yau流形的相關幾何為主。物理的部分會著重於對幾何學有明確影響的文獻為目標。如Witten, Vafa, Strominger, Candelas等人的論文為主。初步預訂課程如下：

### I. 幾何觀點下的弦理論

參考文獻: (1) Polchinski: *String Theory*, (2) Vafa: *Quantum Field Theory for Mathematicians*, (3) IAS Lecture Notes on QFT, by Deligne et. al.

### II. Calabi-Yau流形，模空間與量子幾何

參考文獻: (1) Cox and Katz: *Mirror Symmetry and Algebraic Geometry*, (2) Voisin: *Mirror Symmetry*, (3) BCOV: *Holomorphic Anomalies and Kodaira-Spencer Theory*.





# 開通推理的渠道 尋找永恆的真理

一篇又一篇的邏輯樂章，  
低吟迴盪，  
尋得那想像的翅膀。  
一層復一層的抽象符號，  
振筆疾書，  
只為那真理的追尋。



**王金龍**  
教授

數學及自然科學

採訪 楊秀靜  
撰稿 楊秀靜

## 擇己所愛 樂在其中

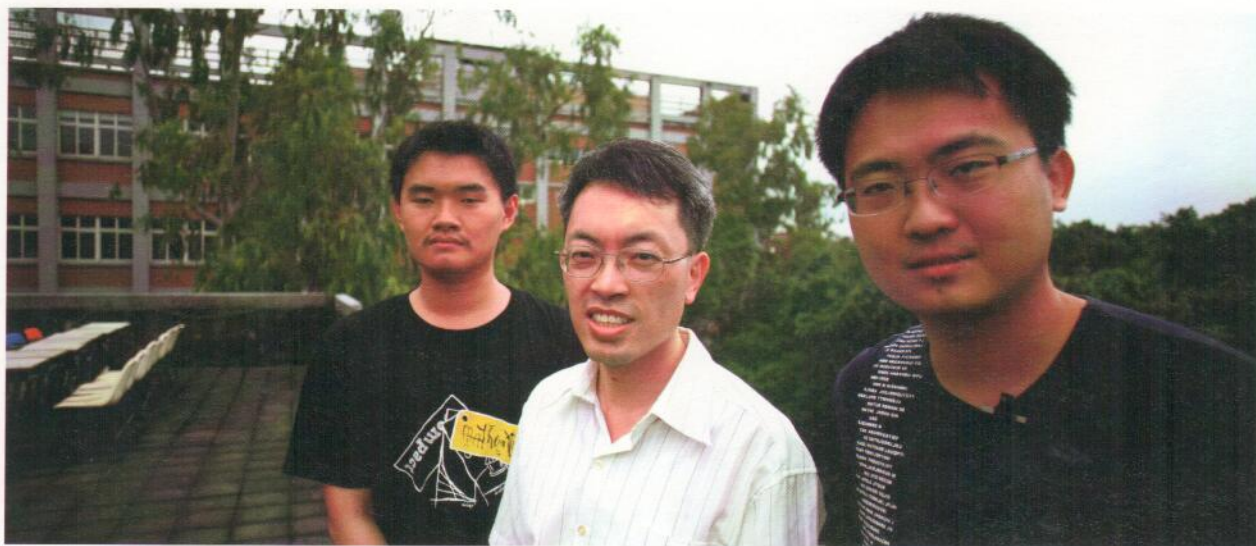
人的一生中，面對著無數的選擇，如何作出最佳的決定，是門重要的課題。站在人生的十字路口上，每次影響王金龍教授做下決定的因素，總是他最愛的數學！

童年時的王教授是名電玩兒童，教授笑言當時是受到同學的影響，迷上了就無法自拔，當初深感懊惱，但也因為電玩讓他開始對電腦產生興趣。在國中時到中興大學參加了科學研習營，其中有幾堂課，安排他們參觀資工系，這是教授第一次知道電腦是什麼，從而瞭解到電玩遊戲是如何被創造出來，也激發出了自己寫出電玩程式的想法，為了完成這個想法，王教授自己找尋電腦書籍自修，亦因為如此，他作了一個與大家不同的選擇，決定留在家鄉桃園讀高中。

在接觸電玩的過程中，王教授了解到任何電玩背後有其規

台灣大學  
數學系教授





則，只要給自己時間，一定可以寫出屬於自己的電玩程式。正值高中聯考的王教授，將自己的唸書時間一分為三，兩個小時學習數學，研讀哥哥的高中數學課本；另外的兩個小時是複習學校的各科課業，為聯考作準備；剩下的兩個小時，則是靠著自己的摸索學習電腦。在考上高中的那個暑假，王金龍終於如願地寫出一個屬於自己的電玩程式。

在接觸電腦的過程中，學習到許多好玩的事，也讓王教授知道那些程式背後都是數學的公式，如果想要寫出好的電腦程式，就得將數學的基礎打好，也是在此時，讓王金龍確定了自己的志向，堅定邁向今日研究數學的大道上。

與大多數的台灣家庭相同，王教授的父親當初希望成績優異的他可以選擇台大醫科，因而在選填科系時，教授承受著不小的壓力，那時也讓他知道要走上研究數學的這條路，是條艱困的路，得靠自己的力量向夢想邁進；當時唯一的支持者是王金龍的高中導師—盧澄根老師，他鼓勵教授堅持自己的理想，勇敢往自己的夢想前進，後來在盧老師的幫助下，藉著優異的成績與數學競賽的表現保送了台大數學系，開啟他追尋不變真理的旅程。

## 基礎科學需要更多的支持

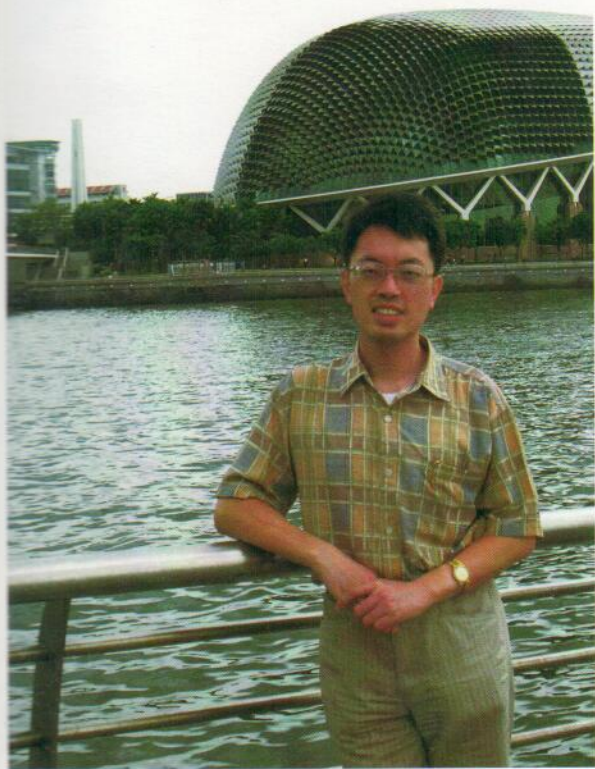
在任教的過程中，王金龍教授發現到：「台灣學生的數學基礎很好，每年也都有許多天份高的學生，但是最後會走向基礎數研究的卻是寥寥可數。」許多人選擇數學系就讀，有著以往數學學不好，希望進入大學數學系將數學學好的觀念，這樣的想法在王教授的眼中，是件匪夷所思的事，根據教授的看法，選擇大學系所應該根據性

向與抱負，學習才能夠全心投入，精益求精，大學並非是補救教學的地方；台灣有許多有天份的數學人才，卻因為無法在經濟上獨立，填寫志願時總是會受到師長們的影響與限制。

「當初自己能到台大數學系，就是因為有學雜費的減免與獎學金的幫助，否則自己是無法順利就讀的。」王教授想起自己在貫徹理想時，也曾面臨相同的困難，近幾年來因為入學制度的更改，推甄保送的人數增多，在齊頭式平等的要求下，取消了學雜費減免的優惠，也讓許多學子失去了獨立自主的機會，能選擇從事基礎科學研究的人，也相對減少許多。在此，王教授想藉由此次得獎的機會，為基礎科學界發聲，希望有關單位能正視這個問題，「數學對一個國家的發展來說，是個非常重要的學科，世界上有名的工業科技大國，數學都是強的，數學科學在現今國際科技和人才競爭力方面，具有突出的重要地位。」王教授認為台灣並不缺乏優秀的基礎人才，對於這些有興趣走向基礎科學研究的學子，應該給予通暢的管道，讓他們有選擇未來自主的機會。台灣對於基礎研究的規劃仍有許多努力的空間，對於這些冷門卻是重要核心的科目，需要更多的鼓勵和投資，讓這個未受重視的一環，重現它該有的風采。

為了鼓勵更多有志於基礎數學研究的學子，王教授創辦了「丘成桐中學數學獎」，藉由這個競賽，激發中學生對於數學研究的興趣和創造力，並發掘適合積極培養的年輕數學人才，藉由民間的力量，去鼓勵與幫助有志於研究數學科學的學子們，讓他們有機會可以獨立自主的選擇自己想走的路，也為基礎數學研究留下更多優秀的人才。





## 恩師典範 生命中的貴人

回顧一路走來的歷程，許多恩師樹立的典範，是王金龍教授遵循的目標，亦是他學術路上珍貴的寶藏。高中時期的盧老師，讓教授有機會可以勇往直前，實現自己的理想。進入台大數學系後，受教於賴東昇教授，從賴教授的身上，王教授學習到許多待人接物的道理，形塑自己的品德，讓他知曉老師對學生最重要的影響就是身教。「感謝當初賴老師如此看得起我！」王金龍回憶起與賴教授相處的情形，有感而發的說著。當初在台大數學系，少有安靜唸書的地方，見到這個情形，賴教授就打一把辦公室的鑰匙交給王教授，告訴他想讀書可以到他的辦公室去，那時極為努力的金龍，很感動自己的努力被看見。

另外還有一件令王教授難忘的事，則是當時喜歡對許多問題加以評論的他，常會說出不對的見解，但對於這些不成熟的見解，賴教授並未加以忽視，反而適時的給予他指導與方向，並曾經親自去影印相關的研究論文給王教授，這段小故事，讓王金龍知道作學問要實實在在的努力，並非靠著許多天馬行空的想法就能完成。賴教授也是引領王金龍投入幾何學研究的重要推手，陪伴著他在學術路上成長，給予了他安全感。

台大數學系畢業後，原本認為出國留學得花許多錢的王金龍教授，到那時才知道，原來只要自己好好的唸書，就可以申請獎學金出國深造，也因此決定出國留學，且選擇進入哈佛大學就讀。在出國前，尚且有著一年的時間，王教授來到中央研究院跟著于靖教授學習數論，雖然時間不長，卻讓教授收到與大學四年一般的同等收穫，師大體系出身的于教授，不但具有寬廣的國際觀，治學態度也極為嚴謹，帶給王金龍許多不同的觀點與看法，讓他的視野更開闊。

到了美國之後，因為到了一個極其優良的研究環境，對王金龍的人生觀與數學觀產生了極大的影響。當時王教授的指導教授是幾何學大師丘成桐教授，在丘教授身上，王金龍看見了自己真正想追求的數學高度。接受幾何大師的薰陶，及其展現出的治學態度深深影響著他，王金龍說，丘教授讓他知道，自己所真誠關心的問題就是最重要的問題，要明瞭處理事情的輕重緩急，這樣才能準確的分配自己的時間；除此之外，已被稱為20世紀最偉大幾何學家的丘教授，研究的程度卻往往比自己的學生更認真，唸書的時間也都比學生還多，投注無數的心力於自己的研究上，讓王金龍清楚的知道，沒有任何藉口可以浪費時間，要從研究的困厄中走出來沒有別的法子，唯有付出更多的努力去克服，才能解開一道又一道難解的問題，找尋那背後永恆不變的真理！

當初王金龍教授總以為自己會是一個雲遊四海的數學家，會到許多國家做數學研究，嚮往這樣的生活的他，希望到各國去吸收不同的文化跟看法。可是因為很多因素，他最後選擇回國，所有的研究都是在台灣完成。剛回到台灣壓力很大，王金龍總告誡自己，如果做得不好就不要做，要做重要的事，要選擇有意義的工作，人生除了努力別無他法，抱怨對自己並沒有任何的益處，在不斷的嘗試過程中，不斷的自我學習跟突破。

除了恩師的教誨使王教授受益良多之外，回國任教的他，因為自己的作法與理念不受他人認同，所以也曾輾轉在幾個不同的單位服務。最深刻的經驗是在2003年任教於清大數學系時，當初不只在教職上受到挫折，連研究也陷入瓶頸，此時有雙溫暖的手，來自嘉義林長壽教授的一通電話拉他走出痛苦的深淵，連續一個月每天深夜通電話兩個小時，一起討論一個深刻的數學問題，讓他不再感到沮喪，林教授的體貼與幫助，讓他銘感在心。





## 認識數學 學會真誠

用深奧的數學證明物理學理論的不變性，王金龍與夫人林惠雯是數學界中難得的夫妻檔，他們與好友李元斌教授，用五年的時間來鑽研數學與物理的相通性，並獲得世界頂尖期刊《數學年鑑》(Annals of Mathematics) 的接受。他們就是用代數幾何學，來證明物理量子環的不變性，也就是在弦理論中非肉眼可見的物理量子，測量結果並不會因為背景空間的不同而產生改變，這項耗時的研究使王教授在數學領域更上層樓。

王教授的生活中，大部分的時間都被數學所佔據，數學是王金龍瞭解人生的重要媒介。在王教授的眼中，數學是一個「真」的學問，所追求的是不變的真理，學習數學，使他價值觀產生了很大的變化，真誠是對待自己與他人最重要的態度，數學與其他的基礎科學不同，並不會因為時空的推移而產生改變，多年前的證明時至今日仍舊閃亮。王教授笑言，學習數學的人，永遠都知道自己所說的話是否有漏洞，現今常有許多評論並無實際根據，這是數學家們所不允許的。學習數學，永遠得在真理女神前傾倒，不會因為環境的動盪而有所改變。真誠的對待自己與他人，這就是王金龍最重要的人生價值觀！

## 得獎是安心研究的後盾

獲獎，對王金龍教授而言，是欣慰亦是安心；做研究從不是希望得獎，獲獎並不會使自己改變，但教授仍感謝教育部肯定年輕的自己，此次的獲獎，讓他可以安心的回到本質的研究，真誠的去面對未來的學術挑戰。

王金龍有著長遠的計畫，是需要花時間心思的十年計畫，他期許受肯定後的自己，能安心且致力於原來研究的崗位，也希望能夠創造給有志於基礎數學研究的學子們機會，和自己一起進入數學的真理殿堂，能夠將數學推廣出去。已經擬好方針做好準備的王金龍，希望自己真能實現這個偉大的藍圖。