

THE THIRD WORKSHOP ON BOUNDARY ELEMENT METHODS,
INTEGRAL EQUATIONS AND RELATED TOPICS IN TAIWAN

第三屆台灣邊界元素法與積分方程
及其相關數值方法研討會



編輯：夏育群¹、陳正宗²

¹私立逢甲大學航太與系統工程學系

²國立臺灣海洋大學
河海工程學系力學聲響振動實驗室

二〇一二年十月六日星期六

目錄

目錄.....	1
研討會背景.....	2
籌備委員會.....	4
邀請講員.....	4
逢甲大學簡介.....	5
航太與系統工程系簡介.....	6
研討會注意事項.....	7
研討會議程.....	8

演講專題摘要

1. 複變邊界積分方程以 $C13(\mathbb{R})$, $H(\mathbb{R})$, $C \oplus C$ 克氏分析法提升適用於三維問題.....	9
2. 基本解法與特解法於計算流體動力學問題上的應用.....	11
3. 邊界元素法應用於接觸問題分析.....	13
4. 非對稱疊層板之邊界元素耦合分析.....	15
5. 二階牛頓法於反散射問題.....	17
6. 以對偶邊界元素法探討水波問題的數值共振現象.....	19
7. 三階中心格式帶權不震盪法.....	21
8. Trefftz 法求解 Helmholtz 方程之超幾何收斂.....	23
9. 邊界積分方程法中的零場研究.....	25

研討會背景

邊界元素法於1970年代發展至今已四十餘年歷史，其主要的理論基礎則是由格林恆等式出發所導得的積分方程。本著將問題的邊界作離散所發展出來的一套數值方法。在國際學術舞台上，邊界元素法一直有許多學者從事這方面的研究，亦有舉辦許多相關學術研討會，如BETEQ系列、BEM/MRM系列等。此法也被廣泛應用於許多工程問題的分析，如地下水滲流問題、穩態熱傳導、裂縫成長分析與預測、大地應力等。國外亦有許多軟體公司將此法發展成套裝軟體，例如：SYSTEM NOISE、BEASY CRACK等。在台灣也曾經針對邊界元素法開設過短期研討課程。於1986年，美國Kentucky大學Rizzo教授與Shippy教授以及Cornell大學Mukherjee教授，在國科會的資助下，曾應邀來台講學。於台大應力所開設為期一週的短期研討課程。事隔十二年於1998年國家高速電腦中心，也在國科會的資助下，邀請國內十幾位專家學者，舉辦了一場邊界元素計算研討會，然前述二會並沒有來自數學界的朋友一同參與盛會。時隔十二載，國內邊界元素法於這段期間內並未舉辦過相關研討會或是研習課程，因此，在2010年海洋大學舉辦了一場邊界元素法相關研討會，提供數學與工程學者同好能有再一次相互觀摩切磋的機會。會後，參與之學者咸認有需要將其延伸為每年舉辦一次，除了以享同號外，更有助於日後建立工程領域與數學領域間的合作橋樑。因此，再次於隔年(2011年)由成大數學系承辦了第二屆研討會，由國內十位學有專精之學者提供學術演講。本次第三屆研討會乃為傳承此一新火，提供一個平臺，使國內學者在邊界元素法、積分方程與相關數學或數值方法上得以互相切磋、交流與學習。在數學領域上，國內也有許多學者針對邊界積分方程法有所鑽研。然而，國內並無相關單位或機構針對此領域舉辦研討會，讓這些專家學者缺少相互切磋的機會與互相交流的平台。再者，工程領域學者與數學家間的互動，一直有再加強聯繫的空間。如果能有個機會，讓工程師分享其實務應用經驗，而數學家也能提供其研究成果，增進彼此雙方的交流，進一步達成數學與工程的結合，對工程界與學術界而言，都是很有意義的。在臺灣有許多工程學者從事邊界元素法相關學術研究，而數學界也有眾多學者投入積分方程的研究，但臺灣在這方面至今尚未舉辦相關的學術研討會。

本次活動乃由逢甲大學資助及航太與系統工程系主辦，當然最主要的貢獻還是來自於參與者的熱情與演講者的不辭舟車勞頓以及辛勤準備，才得以順利舉辦此場盛會，在此致上最深之敬意與謝意！另外，對於幕後默默奉獻的工作同仁與同學，更要表達感激之意，你們的付出才是這場盛會最大的支柱！



籌備委員會謹誌

國立臺灣海洋大學



國立成功大學



籌備委員會

- 楊德良 (Der-Liang Young)，國立臺灣大學土木工程學系
- 洪宏基 (Hong-Ki Hong)，國立臺灣大學土木工程學系
- 呂宗澤 (Tzon-Tzer Lu)，國立中山大學應用數學系
- 簡連貴 (Lien-Kwei Chien)，國立臺灣海洋大學河海工程學系
- 陳正宗 (Jeng-Tzong Chen)，國立臺灣海洋大學河海工程學系
- 李國明 (Kuo-Ming Lee)，國立成功大學數學系
- 陳義麟 (I-Lin Chen)，國立高雄海洋科技大學海洋工程科技研究所
- 陳桂鴻 (Kue-Hong Chen)，國立宜蘭大學土木工程學系
- 范佳銘 (Chia-Ming Fan)，國立臺灣海洋大學河海工程學系
- 夏育群 (Yui-Chuin Shiah)，私立逢甲大學航太與系統工程學系

邀請講員

1. 洪宏基 (Hong-Ki Hong)，國立臺灣大學土木工程學系
Email: hkhong@ntu.edu.tw
2. 楊德良 (Der-Liang Young)，國立臺灣大學土木工程學系
Email: dlyoung@ntu.edu.tw
3. 郭昌宏 (Chang-Hung Kuo)，國立暨南大學土木工程學系
Email: chkuo@ncnu.edu.tw
4. 胡潛濱 (Chyanbin Hwu)，國立成功大學航空太空工程學系
Email: chwu@mail.ncku.edu.tw
5. 李國明 (Kuo-Ming Lee)，國立成功大學數學系
Email: kmlee@math.ncku.edu.tw
6. 陳義麟 (I-Lin Chen)，國立高雄海洋科技大學海洋工程科技研究所
Email: ilchen@mail.nkmu.edu.tw
7. 黃杰森 (Chien-Sen Huang)，國立中山大學應用數學學系
Email: huangcs@math.nsysu.edu.tw
8. 呂宗澤 (Tzon-Tzer Lu)，國立中山大學應用數學學系
Email: ttlu@math.nsysu.edu.tw
9. 陳正宗 (Jeng-Tzong Chen)，國立臺灣海洋大學河海工程學系
Email: jtchen@mail.ntou.edu.tw

逢甲大學簡介

民國 40 年代，台灣中部地區部分仕紳倡議在中部地區另建一所大學。創辦人蕭一山、丘念台、楊亮功等於 48 年 10 月開始籌備創辦，命名為「逢甲工商學院」以紀念丘逢甲先生。50 年 2 月董事會奉准備案，本校正式創建於台中市北屯區大屯山，第一屆院長為陳泮嶺先生，設立土木工程、水利工程、工商管理、會計等 4 個學系，並於同年 11 月 15 日舉行創校始業典禮，正式上課，該日為創校日。51 年 8 月，董事會改組，聘請高信先生為院長，校地遷往西屯現址。經過筭路藍縷歲月後，並在陳泮嶺、高信、張希哲、廖英鳴歷任院長努力下，69 年 6 月奉准改制為大學，廖英鳴先生為改制後首任校長。改制大學後，學校組織也隨之變更，原來的工、商、研究三部，改為研究學院、工學院、商學院、理學院、管理學院，至此逢甲大學邁入了一個新的里程。

近 50 年來，在歷任校長廖英鳴、楊濬中、黃鎮台、劉安之及現任校長張保隆努力下，完成不同的校務發展任務，至此規模漸具，學術聲望日隆，處處可以看到求變日新，追求卓越的精神指標。本校目前設有工、商、理、人文社會、資訊電機、建設、經營管理、金融 8 所學院，計有 32 個學系，4 個研究所及 12 個學位學程；招生學制有 35 個學士班、40 個碩士班、14 個博士班、20 個碩士在職專班及 3 個進修學士班，並開設 38 個跨領域學分學程，以及其他多元的進修管道與終身學習推廣班。學生將近 2 萬人。近年，本校不論是教學成效、產學互動及學術聲望，在亞太地區學術聲望上亦逐漸嶄露頭角。例如教學成效方面，99 年 104 人力銀行和遠見雜誌大學競爭力調查 2010 年全國總排名第四；99 年 Career 職場情報誌 2010 年企業最愛新鮮人調查，勇奪全國私校排名第一，且每年均榮列 Cheers 雜誌「企業最愛大學生調查總排名」前 10 名；99 年商業週刊第 1192 期針對「31 所中國大學評價」之報導，逢甲大學與哈爾濱工業大學排名同等；99 年英國泰晤士報高等教育特刊公布 2010 亞洲前 200 名最佳大學，本校從第 201 名進步到第 151 名，台灣排名第 14 名。同時，本校與工程有關的 17 個系全數通過國際 IEET 認證，目前並積極取得 AACSB 國際商管學院認證。在 98 年接受教育部系所評鑑，獲全數通過，創下全國公私立大學首例；97 至 99 年連續三年榮獲教育部評選為中部區域教學資源中心，獎助金額同樣高居全國之冠；96 至 99 年連續四年榮獲全國教學卓越第一殊榮。在研發能量與產學合作方面，工程、材料工程及電腦科學進入代表世界前 1% 強的基本科學指標(ESI)；研發專利案數與規模，居中部地區之冠，五度榮獲「績優技轉中心」，是第一所完成五次績優技轉中心的私立大學；97 至 99 年教育部「大專校院產學合作績效計畫」，本校榮獲全國私校第一；更是全國唯一榮獲經濟部中小企業處「創業領航計畫」補助的大學。本校以「逢甲大學是一所教學卓越、研究重點突破的亞太地區知名大學」做為本校校務發展之願景，朝「教學卓越、重點研究、校友認同、企業最愛」之學校特色持續發展。

航太與系統工程學系簡介

航太科技為各領域高科技的整合，航太業的發展可帶動國家的現代化，又由於民國五十年代國防之需求，因此政策性的開始積極投入航空工業，除設立研發戰機的航發中心，並於民國五十六年首先於國防部中正理工學院成立航空工程學系，繼於六十年初先後核定淡江大學、成功大學成立航空工程學系，前瞻性的培育國內航太高科技人才。逢甲大學航空工程學系成立於民國六十四年（1975）；民國八十六年（1997）經教育部核准增設為雙班；碩士班成立於民國九十一年（2002）；碩專班則成立於民國九十四年（2005）。民國九十三年（2004）更名為航太與系統工程學系。三十四年來與友系共同努力，配合政府政策完成各階段性任務，培育出的畢業學生分佈在國內外各地，而這些優秀人才對國內航太工業所奉獻的心力更是備受肯定。

由於本校地處台中地區，與台灣著名之產研單位，如：台中科學園區、台中工業區、漢翔航空工業公司、中科院航空研究所、雷虎科技公司、緯華航太公司及其中心衛體系工廠接鄰。因此，經濟部航太小組長期與航太系合作，推動航太系為航太零組件製造的產學策略聯盟中心。在台灣製造業面臨國際競爭壓力與技術升級的階段，能運用航太的關鍵技術推動顧問服務及建教合作以達成事半功倍之效。近年國防戰機改採外購，交通政策則建構高鐵與開放大三通，國內航太產業與民航業為因應此潮流，主要導向已轉為精密的航太零組件設計製造、飛機維修與客機改貨機等，並積極爭取國際合作的商機。另由於電腦軟硬體革命性的發展，使飛機設計及研發的CAD/CAM/CAE軟體工具有了長足的進步。鑒於此，本系乃調整步伐，訂定新的三年中程發展計畫，將重點專注在加強精密設計與製造的實務學程教學、建立相關教學實驗室、鼓勵研究及推廣服務等，以期抓住大環境的脈動，培育國家及社會所須的航太及高科技專業人才。

研討會注意事項

一、議程主持人事項

1. 議程主持人負責演講者演講時間控制、發問安排、秩序維護等。
2. 議程主持人請簡潔介紹演講者現職及演講題目，並確實掌控演講者在規定時間內完成演講（每一場演講時間限制在三十分鐘內，另有十分鐘為評論、發問及討論時間）。
3. 在發問時，請議程主持人控制發問者與發表者間簡短問答，必要時請雙方於會後另行討論。
4. 議程主持人請於演講會前確認演講者出席無誤，若有突發之情況情況發生(如演講者尚未抵達會場)，可於時段內稍做議程調動，但以免影響其他演講者的時間為原則。

二、演講者事項

1. 演講者請提前十分鐘於演講場地報到並將欲報告之PowerPoint 檔案交予該場次負責工作同仁彙整，並於檔案上註明作者姓名及論文名稱。
2. 演講者請於議程所訂定時間內演講，並控制演講時間於三十分鐘內，另有十分鐘作為評論、發問及討論時間。
3. 演講者請事先充分準備，並掌握在規劃時間內完成演講，以便研討會之所有演講能按議程順利進行。
4. 會務人員在二十五分鐘時按第一次鈴提醒，在三十分鐘時按第二次鈴提醒結束演講。
5. 會場備有單槍投影機，所有演講者請自行事先準備好所有演講資料，以節省準備時間
6. 除上述設備外，其他所需設備請自行準備。

三、會場須知

1. 會場內，嚴禁吸煙。
2. 會議進行中，請將手機和呼叫器關機，或轉震動。
3. 研討會期間，若有任何問題或指教，請向工作人員反應，定當竭誠效勞。

研討會議程

(議程主持人: 早上-陳正宗; 下午-胡潛濱)

日期: 2012 年 10 月 6 日

地點: 逢大科航館 505 室

08:00 ~ 08:40 報到

08:40 ~ 09:00 開幕式 (逢大副校長李秉乾)

時間	演講者	題目
09:00 ~ 09:40	洪宏基	複變邊界積分方程以 $C13(R)$, $H(R)$, $C \oplus C$ 克氏分析法 提升適用於三維問題
10:40 ~ 11:20	楊德良	基本解法與特解法於計算流體動力學問題上的應用
10:20 ~ 10:40		中場休息 (茶點時間)
09:40 ~ 10:20	郭昌宏	邊界元素法應用於接觸問題分析
11:20 ~ 12:00	胡潛濱	非對稱疊層板之邊界元素耦合分析
12:00 ~ 13:00		午餐時間
13:00 ~ 13:40	李國明	二階牛頓法於反散射問題
13:40 ~ 14:20	陳義麟	以對偶邊界元素法探討水波問題的數值共振現象
14:20 ~ 14:40		中場休息 (茶點時間)
14:40 ~ 15:20	黃杰森	三階中心格式帶權不震盪法
15:20 ~ 16:00	呂宗澤	Trefftz法求解Helmholtz方程之超幾何收斂
16:00 ~ 16:40	陳正宗	邊界積分方程法中的零場研究
16:40 ~ 17:00		閉幕式 (逢大夏育群、海大陳正宗) 及合照
17:20 ~		晚宴

複變邊界積分方程以 $Cl_3(\mathbb{R})$, $H(\mathbb{R})$, $\mathbb{C} \oplus \mathbb{C}$ 克氏分析法

提升適用於三維問題

洪宏基 劉立偉

國立臺灣大學土木工程學系

E-mail: hkhong@ntu.edu.tw

摘要

複變邊界積分方程作為複變分析、複變函數論之一環，對於二維問題之分析求解，極為犀利有效。本文以複四元數、實四元數、可交換四元數等之克氏分析將複變邊界積分方程提升適用於三維問題。首先，推廣複變邊界積分方程成為 $Cl_3(\mathbb{R})$ 克氏值邊界積分方程(Cl_3 BIEs)。其次，鑒於克氏代數 $Cl_3(\mathbb{R})$ 與複四元數代數 $H(\mathbb{C})$ 同構，此 Cl_3 BIEs可理解為複四元數邊界積分方程，因此易於化簡為實四元數邊界積分方程。最後，鑒於克氏代數 $Cl_3(\mathbb{R})$ 有複二階方陣代數 $C(2)$ 表示，此 Cl_3 BIEs可理解為複二階方陣值之邊界積分方程，因此可萃取出複變雙域之邊界積分方程。作為可交換四元數的諸表示之一，複變雙域表示特別有效，以之為媒介，則複變分析、眾多複變函數等工具將為吾人所用，從此適用於三維問題。

關鍵詞：複變分析、克氏分析、四元數、可交換四元數、複變雙域、邊界積分方程。

Complex BIEs extended to 3D problems using Clifford analyses in $Cl_3(\mathbf{R})$, $H(\mathbf{R})$ and $C \oplus C$

Hong-Ki Hong and Li-Wei Liu

Department of Civil Engineering, National Taiwan University

E-mail: hkhong@ntu.edu.tw

Abstract

The plane problems of harmonic functions are analyzed and solved effectively when using the techniques of complex variables. Those powerful techniques are confined to two-dimensional problems, however. In this talk we extend them to three dimensions using Clifford analyses of complex, real, and commutative quaternions. First, boundary integral equations (BIEs) in complex variables are extended to BIEs in the real Clifford $Cl_3(\mathbf{R})$ variables. Then, noting the isomorphism of the real Clifford algebra $Cl_3(\mathbf{R})$ to the complex quaternion algebra $H(\mathbf{C})$, we reduce the Cl_3 BIEs to BIEs in the real quaternion $H(\mathbf{R})$ variables. Finally, noting that the Clifford algebra $Cl_3(\mathbf{R})$ has the complex matrix algebra $C(2)$ representation, from the Cl_3 BIEs we extract BIEs in the double field of complex variables $C \oplus C$. As one of the representations of the commutative quaternion algebra, the $C \oplus C$ representation is herein found very powerful in bringing both complex analysis techniques and complex function arsenal at our disposal, thus making them from now on applicable to three-dimensional problems.

Keywords: complex analysis, Clifford analysis, quaternion, commutative quaternion, double field of complex variables, boundary integral equation.

基本解法與特解法於計算流體動力學問題上的應用

楊德良

國立台灣大學土木工程學系暨研究所

E-mail: dlyoung@ntu.edu.tw

摘要

本文藉由二種無網格方法來求解一些典型的流體力學的問題，主要為基本解法與特解法。前者為一種以邊界型態做描述的方法並用來求解齊性方程式；而後者則為全域式的描述以解決含有源項的方程式。文中，首先介紹二維的非穩態勢流流場的問題。於此部分，我們將涵蓋包含自由渦源的廣義的 Lagally 定理以及其在流固互制問題上的應用；另一方面我們也將使用 Taylor 定理來計算不規則形狀物體的附加質量。再者，將此勢流問題拓展至二維及三維的擬(非)穩態史托克斯流並利用奇異法的概念推導其基本解。案例驗證的部份，以三維的移動及旋轉球體為例並且推導其解析表示式。本文提出此法的優勢在於可精確的計算出固體於流場週遭的力與力矩的大小，有別於傳統數值計算上的缺失。接著，將上述的求解方式應用於二維及三維的穴流問題並且與其他數值方法比較之。最後，使用本文所提出的尤拉-拉格朗志法，主要為一種時空結合的基本解法概念，拓展至求解納維爾-托克斯方程。此時基本解法與特解法將同時被使用於模擬中雷諾數流場中含有移動固體的問題。其案例包括多維度穴流問題中挾帶旋轉圓柱或固定球體。透過以上的數值案例分析，可確信本文所採用的基本解法與特解法的結合非常適用於求解傳統含有黏性及非黏性流體力學的問題。

關鍵詞：基本解法、特解法、無網格、勢流、史托克斯方程、納維爾-史托克斯方程

Applications of methods of fundamental and particular solutions to some computational fluid dynamics problems

Der Liang Young

**Department of Civil Engineering,
National Taiwan University, Taipei, Taiwan**

E-mail: dlyoung@ntu.edu.tw

Abstract

We will solve some classic hydrodynamics problems including potential, Stokes and Navier-Stokes flows by using two meshless methods—the method of fundamental solutions and the method of particular solutions. The former is a boundary-type and for homogeneous field equations while the latter is a domain-type and for inhomogeneous field equations. In the first category this paper will start with the potential flows, in particular focusing on the unsteady two-dimensional potential flows. In this part we will cover the generalized Lagally theorem with free vortices and its applications to fluid-body interaction problems; and followed by the Taylor theorem and calculation of added mass coefficients in irregular geometry. In the secondary category, we will move to quasi- and unsteady Stokes flows, both two and three dimensions. We will start with the derivations of two-dimensional and three-dimensional unsteady fundamental solutions of Stokes equations. Analytic solutions by singularity methods of a translating sphere and a rotating sphere will be introduced first; the advantages of calculations of hydrodynamic forces and torques for the solid body through the method of fundamental solution in both steady and unsteady cases will be discussed through the singularity principles of Stokes flows. Next two- and three-dimensional interior Stokes cavity flows are investigated and comparing with other solutions. Finally in the third category we will extend the Stokes flows to the Navier-Stokes equations by the Eulerian-Lagrangian method through the time-space unification of the method of fundamental solutions, such as the low-Reynolds number circular cavity with moving rigid body flow. In the meantime in this category both the methods of fundamental and particular solutions will also be used to solve some benchmark viscous Navier-Stokes flows such as moderate-Reynolds number 2D cavity flows with a rotating cylinder as well as 3D cavity flows with a fixed sphere inside a cube. It is demonstrated that both the methods of fundamental and particular solutions are very powerful for dealing with the inviscid as well as viscous flows of hydrodynamics problems.

Keywords: Method of fundamental solutions, Method of particular solutions, Meshless, Potential flows, Stokes equations, Navier-Stokes equations.

邊界元素法應用於接觸問題分析

郭昌宏

國立暨南國際大學土木工程學系

E-mail: chkuo@ncnu.edu.tw

摘要

邊界元素法在過去數十年來已被有效應用於各種接觸問題的分析。相較於其他數值方法，邊界元素法不需另外定義接觸元素，對於不同的接觸條件類型，在接觸邊界的處理上具有較佳的彈性，而接觸應力的計算也較為精確。接觸問題在數學上是屬於混合型邊界值問題，接觸區域內的接觸應力為未知，接觸表面位移必須與接觸體之幾何外形一致，而在接觸區域外則須滿足表面應力條件。以直接邊界元素法應用於接觸問題分析，首先是利用 Somigliana 恆等式邊界元素法建立邊界積分方程式，其中對於常用之半無限域接觸模型，可以半無限域格林函數應用於積分核函數之推導。對於非符合型(non-conforming)接觸問題而言，推導得到之方程式屬於第一類柯西奇異積分方程式。由於接觸區域和接觸應力均為未知量，必須以反覆迭代求解。在此我們以含多異質材料之半無限域彈性體之二維滑動接觸問題為例，分別針對接觸區域、底材和內含物界面，建立邊界積分方程式，並以二節點線性元素將積分方程離散並求解。

關鍵詞：邊界元素法、邊界積分方程式、接觸力學、異質內含物

- [1] Kuo, C.-H. Boundary element methods for contact analysis (invited). Encyclopedia of Tribology, Springer, 2011.
- [2] Kuo, C.-H. Stress disturbances caused by the inhomogeneity in an elastic half-space subjected to contact loading. International Journal of Solids and Structures, 860-873, Vol. 44, 2007.
- [3] Kuo, C.-H. Contact stress analysis of an elastic half-plane containing multiple inclusions. International Journal of Solids and Structures, 4562-4573, Vol. 45, 2008.
- [4] Kuo, C. H. and Keer, L. M. Contact stress analysis of a layered transversely isotropic half-space. ASME Journal of Tribology, 253-262, Vol. 114, 1992.

Application of Boundary Element Method to Contact Problems

C.-H. Kuo

Department of Civil Engineering

National Chi Nan University, Puli, Taiwan

E-mail: chkuo@ncnu.edu.tw

Abstract

The boundary element method has been effectively used to analyze various contact problems in the past few decades. Compared to other numerical method, no additional contact elements are needed at the interface between two contacting bodies for the boundary element method which offers more flexibility for the contact region under various contact conditions and more accurate solutions for contact pressure and contact area with fewer elements. Mathematically, contact problems are mixed boundary value problems which have the unknown contact pressure in contact region with the surface deformation accommodating the geometry profile of contacting bodies and the surface tractions prescribed in the remaining region. In the direct boundary element formulation, the Somigliana identity is commonly employed to derive the boundary integral equation. For non-conforming contact problems, the Cauchy singular integral equation of the first kind is obtained with both the contact pressure and contact region being unknowns to be determined. Numerical iteration procedure is generally required to solve the integral equation. A two-dimensional sliding contact stress analysis of an isotropic half-space containing multiple inclusions is given as an example. A set of boundary integral equations is derived for the contact region and the interfaces between inclusions and substrate, and linear elements are used to solve the integral equations numerically.

Keywords: BEM, Boundary integral equations, Contact Mechanics, Inclusion

非對稱疊層板之邊界元素耦合分析

胡潛濱、張瀚文

國立成功大學航空太空工程學系

Email: CHwu@mail.ncku.edu.tw

摘要

在各種邊界元素中，疊層板之邊界元素發展起步較晚；因其隱含複雜之耦合效應肇因於非對稱之疊層，文獻中大多數只著重於對稱疊層板之分析。輔以貝蒂與羅利之互換定理，應用於伸縮彎矩耦合分析之邊界積分式已於近期獲得；為了使這樣的邊界積分式便於施展在邊界元素的程式碼撰寫上，近期亦推導出邊界元素所需之基本解。推導該基本解之主要依據為十年前以複變函數形式所呈現之無限域疊層板之格林函數明示解。本文即以此邊界積分式和基本解，建立非對稱疊層板耦合分析之邊界元素；為了克服在節點上施力所造成之奇異性問題，於此研究中採用兩種不同的方法。其一為在鄰近奇異性區域之處做解析式計算，而另一為將源點坐落於疊層板之外。

關鍵詞：邊界元素、耦合分析、疊層板

Boundary Element Coupling Analysis of Unsymmetric Laminated Plates

Chyanbin Hwu, Hanwen Chang

**Department of Aeronautics and Astronautics
National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, R.O.C.**

Email: CHwu@mail.ncku.edu.tw

Abstract

Among various kinds of boundary elements, the development of the boundary element for the laminated plates started relatively later than the others. Due to the complexity of the coupling effects raised by the unsymmetry of the laminated plates, most of the boundary element analysis published in the literature considered only the symmetric laminates. With the aid of the reciprocal theorem of Betti and Raleigh, the boundary integral equation for the coupled stretching-bending analysis was just derived recently. To make the boundary integral equations work for the programming of boundary element codes, the fundamental solutions were derived on the basis of Green's functions for infinite laminates. The explicit closed-form solutions of the Green's functions have been found around a decade ago through the use of complex variable formalism for the general anisotropic plates. With the boundary integral equation and its associated fundamental solutions provided in the literature, the boundary elements for the coupling analysis of unsymmetric laminated plates are presented in this paper. To deal with the possible singular problems raised by the nodal forces, two different methods are employed in this study. One is the analytical evaluations in the vicinities of singularity, and the other is the positioning of the source points outside the laminated plates.

Keywords: boundary element, coupling analysis, laminated plates

二階牛頓法於反散射問題

李國明

國立成功大學數學系

E-mail: kmlee@math.ncku.edu.tw

摘要

根據散射場的遠場模式來探索散射體的幾何和物理性質的反問題在許多應用上具有根本的重要性，例如在非破壞性檢測，地震研究或醫療影像。在此，我們考慮的模型為一 sound-soft 障礙物 B 的散射問題。這個反問題的目的是根據測量的遠場數據來重建這未知的散射體。使用積分方程，這散射問題可寫成以下的算子方程式

$$F(\partial B) = u_\infty$$

的確，對於正問題，對於已知的障礙物 B (或其邊界 ∂B)，這個方程式給出遠場 u_∞ 。對於反問題，根據測量的遠場數據 u_∞ 求解這個所謂的遠場方程式，找到未知的邊界 ∂B 。相對於在 Hadamard 的意義上線性且良態的正問題，反問題是非線性且病態的。因此，線性化和正規化是必要的。由於其概念的簡單性和重建的準確性，牛頓法是一個很好的工具。一般熟悉的牛頓法，用一個一階導數去線性逼近原本的非線性運算。在這裡，藉由取代線性近似的非線性算子的第二階近似，我們要研究是否數值的結果可以得到改善。此外，我們的二階法可以通過兩個連續的線性步驟進行，這可使整個運算保持在線性正規化理論的架構內，這是有利的。

關鍵詞：牛頓法、反散射問題、邊界積分方程法

- [1]. Lee, Kuo-Ming, A Simple Hybrid Method In Inverse Scattering Problem. Proceedings of the 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference, Lisbon, Portugal, 2009 (11 pp)
- [2]. Lee, Kuo-Ming A two step method in inverse scattering problem for a crack. J. Math. Phys. 51 (2010), no. 2, 023529, 10 pp
- [3]. R. Kress and K.-M. Lee, A second degree Newton method for an inverse obstacle scattering problem. Journal of Computational Physics , 20 (2011), 761--769.

A second degree Newton's method in inverse scattering problem

Kuo-Ming Lee

Department of Mathematics, National Cheng Kung University

E-mail: kmlee@math.ncku.edu.tw

Abstract

The inverse problem of recovering the geometry and the physical properties of a scatterer from the knowledge of the far field pattern of the scattered field is of fundamental importance for example in non-destructive testing, seismic research or medical imaging. In this talk we consider as a model the time-harmonic scattering problem from a sound-soft obstacle B . The aim of our inverse problem is to recover the unknown scatterer from the knowledge of the far field pattern. Based on integral equation, the scattering problem can be formulated in the following operator form

$$F(\partial B) = u_\infty$$

Indeed, for the direct problem, this equation gives the far field pattern u_∞ from the knowledge of the boundary ∂B of the obstacle with a given incident wave. For the inverse problem, one would like to find the unknown boundary ∂B from the (measured) far field data by solving this so-called far field equation. As opposed to the direct problem, which is linear and well-posed in the sense of Hadamard, the inverse problem is nonlinear and ill-posed. Hence both linearization and regularization are needed at the same time. Because of its conceptual simplicity and accuracy of the reconstruction, Newton's method is a good candidate for the linearization of the inverse problem. The familiar Newton's method approximates the nonlinear operator via a linear one which is just the first derivative of the original one. Here, by replacing the linear approximation of the nonlinear operator with a second degree approximation, we want to investigate whether the numerical performance can be improved. Furthermore, our second degree method can be carried out via two consecutive linear steps. This is advantageous in the sense that the whole inverse scheme remains in the setting of linear regularization theory.

Keywords: Newton's method, inverse scattering, boundary integral equations method

以對偶邊界元素法探討水波問題的數值共振現象

陳義麟

國立高雄海洋科技大學造船及海洋工程系

E-mail: ilchen@mail.nkmu.edu.tw

摘要

在本研究中我們藉由對偶邊界算法來探討水波衝擊在垂直立於海床上的圓柱上的水波散射問題。我們利用對偶邊界算法可得到近似陷阱模態(物理上的)及虛擬頻率(數值上的)兩種數值共振。並可發現近似陷阱模態是物理上的實際現象而虛擬頻率則是數值上的不穩定行為。近似陷阱模態是指能量被捕捉於一個被截取的週期性排列結構物中的區域性行為。而近似陷阱模態的臨界波數及虛擬頻率的數值不穩定結果在本研究中皆可得到。虛擬頻率的發生與採用的計算方式有關而與邊界條件無關。對於虛擬頻率我們採用 Burton and Miller 法及 CHIEF 法來消除此不規則的頻率。我們同時考慮圓柱之間的距離及圓柱的半徑兩種參數的變化來探討對近似陷阱模態的影響。對於圓形及正方形柱與水波互制的算例在本研究我們將同時考慮，以測試我們提出方法的可靠性。

關鍵詞： 散射問題、對偶邊界元素法、近似陷阱模態、虛擬頻率

On the numerical resonances for water wave problems using the dual boundary element method

I. L. Chen

**Department of Naval Architecture and Ocean Engineering,
National Kaohsiung Marine University, Kaohsiung, Taiwan 811**

E-mail: ilchen@mail.nkmu.edu.tw

Abstract

In this talk, the scattering problems of water waves impinging on bottom mounted vertical cylinders are solved by using the dual boundary element method (DBEM). Both resonances due to near-trapped mode (physics) and fictitious frequency (mathematics) are examined. It is found that the near-trapped mode is a physical phenomenon and the fictitious frequency stems from the numerical instability. A near-trapped mode means a localized behavior that energy is trapped in a truncated periodical structure. Critical wave number for the near-trapped mode and fictitious frequency of numerical instability are detected in this work. Fictitious frequencies depend on the formulation instead of the specified boundary condition. Both the Burton and Miller approach and the CHIEF method are employed to alleviate the problem of irregular frequencies. Parameter study of spacing and radius of cylinders on the near-trapped mode and fictitious frequency is also addressed. Several examples of water wave interaction by circular and square cylinders are demonstrated to see the validity of the present formulation

Keywords: scattering problem, dual boundary element method, near-trapped mode, fictitious frequency

三階中心格式帶權不震盪法

黃杰森

國立中山大學應用數學學系

E-mail: huangcs@math.nsysu.edu.tw

摘要

我們構造了利用交錯網格，Runge-Kutta 連續拓延法之有限體積法的三階中心格式帶權不震盪法來求解非線性雙曲方程。因為三階線性權在網格中心點不存在的原因，文獻中並不存在三階中心格式帶權不震盪法。利用平移網格的帶權不震盪重構法，我們構造了三階中心格式帶權不震盪法。數值實驗驗證了此新方法的有效性。

關鍵詞： 交錯網格，Runge-Kutta 連續拓延法，有限體積法，帶權不震盪法

On the construction of third-order central WENO scheme

C. S. Huang

Department of Applied Mathematics,

National Sun Yat-sen University, Kaohsiung, Taiwan

E-mail: huangcs@math.nsysu.edu.tw

Abstract

In this talk, we construct third-order central weighted essentially nonoscillatory (WENO) schemes based on a finite volume formulation, staggered mesh, and continuous extension of Runge–Kutta methods for solving nonlinear hyperbolic conservation law. There is no third-order CWENO in literature since linear weights do not exist at the central point of the uniform grid. We develop the shifted WENO reconstruction so that the linear weights exist on the shifted grid. Numerical experiments show the usefulness of the new scheme.

Keywords: Runge-Kutta, WENO, CWENO

Trefftz 法求解 Helmholtz 方程之超幾何收斂

呂宗澤、嚴康鳴

國立中山大學應用數學系

E-mail: tflu@math.nsysu.edu.tw

摘要

文獻上 Trefftz 法如同譜方法均有指數的收斂性。近年來有些學者發現譜方法在特定情形下收斂的比指數還快，而稱此行為超幾何收斂。因 Trefftz 法可以視為一種特殊的譜方法，我們預期它也會有超幾何的收斂性。在此演講我們將對超幾何收斂做分類，並比較各種類型的收斂快慢。我們也設計出一種方法，可以來判定所給的數據是哪一種的收斂類型。最後我們使用 Trefftz 法來解 Helmholtz 的幾個模型問題，並可確實觀察到許多超幾何收斂的數值實例。

關鍵詞：Trefftz 法、Helmholtz 方程、超幾何收斂、收斂類型

Super-geometric Convergence of Trefftz Method for Helmholtz Equation

Tzon-Tzer Lu and Kang-Ming Yan

Department of Applied Mathematics

National Sun Yat-sen University Kaohsiung, Taiwan 80424

E-mail: tllu@math.nsysu.edu.tw

Abstract

In literature Trefftz method like spectral method has exponential convergence. Recently many scholars have found that spectral method in some cases can converge faster than exponential, which is called super-geometric convergence. Since Trefftz method can be regarded as a kind of spectral method, we expect it might possess super-geometric convergence too. In this talk, we like to classify all types of super-geometric convergence and compare their speeds. We develop a method to decide the convergent type of given data. Finally we can indeed observe the super-geometric convergence of Trefftz method on Helmholtz equation in many numerical experiments.

Keywords: super-geometric convergence, Trefftz method, Helmholtz equation, convergent type

邊界積分方程法中的零場研究

陳正宗*、李應德*、李家瑋*、陳義麟**

*國立臺灣海洋大學河海工程學系

**國立高雄海洋科技大學造船及海洋工程學系

E-mail: jtchen@mail.ntou.edu.tw

摘要

首先我們將回顧臺灣過去三十年在邊界元素法與邊界積分方程法上的發展(就個人了解)。此外，也針對 EABE 期刊目前現狀做個報告(就一副編輯所知)。接著，我們會對 NTOU/MSV 團隊最近在邊界積分方程法或稱邊界元素法中零場相關研究的進展做一論述(就一個團隊負責人而言)。用邊界積分方程法或邊界元素法解邊界值問題含有退化尺度、退化邊界、假特徵值問題與虛擬頻率時常會產生積分方程的可解性和非唯一解問題。關於對偶邊界元素法中的四個影響係數矩陣可藉由使用奇異值分解法的技巧，就數學退化的機制可由一套統一性方法來研究。來自於剛體運動模態所得的真物理訊息可由奇異值為零時所對應的右酉向量中發現；然而源自於退化邊界、退化尺度、假特徵值與虛擬頻率所得的假數學訊息，則隱藏於奇異值為零時所對應的左酉向量中。奇異值補充行技巧則可用來萃取出真資訊而奇異值補充列技巧則是被使用來濾出假訊息。此外，我們也特別重視在正常與不正常案例下其領域內或補領域內是否為零場或是非零場的行為。如何確保解唯一的幾個處理方法也會被論及。最後，我們會舉幾個包含退化尺度、退化邊界、假特徵值問題與虛擬頻率的算例來探討領域內與補領域內零場的有趣現象。

關鍵詞：邊界元素法、零場、邊界元素法/邊界積分方程法、秩降、奇異值分解

- [1]. Hong H-K and Chen JT. Derivations of Integral Equations of Elasticity. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics* 1988; **114** (6): 1028-1044.
- [2]. Chen JT, Recent development of dual BEM in acoustic problems, Fourth World Congress on Computational Mechanics, Keynote lecture, BuenosAires, Argentina, 1998.
- [3]. Chen JT and Hong H-K. Review of dual boundary element methods with emphasis on hypersingular integrals and divergent series. *ASME, Applied Mechanics Reviews* 1999; **52** (1): 17-33.
- [4]. Chen JT. On the rank-deficiency problems in boundary integral formulation using the Fredholm alternative theorem and singular value decomposition technique. In *Fifth World Congress on Computational Mechanics*. Keynote lecture, Vienna, Austria, July 07-12, 2002.
- [5]. Chen JT, Dual BEM since 1986, APCOM'07 & EPMESC XI, Kyoto, Keynote lecture, 2007.
- [6]. Chen JT, Development of dual BEM in Taiwan, The 3rd Asia-Pacific Int. Conf. on Comp. Meth. In Engrg (ICOME 2009), Plenary lecture, Nanjing, China, Oct.18-22, 2009.
- [7]. Chen JT, Review of BEM development in Taiwan and recent advances by NTOU/MSV group, GCWCOME2012, Plenary lecture, May 25-28, Changsha, China, 2012.
- [8]. Chen JT, Review of BEM development in Taiwan and recent advances by NTOU/MSV group, GCWCOME2012, Plenary lecture, May 25-28, Changsha, China, 2012.

On null fields in the boundary integral equation methods

J. T. Chen^{*}, Y T Lee^{*}, J W Lee^{*} and I L Chen^{**}

^{*} Department of Harbor and River Engineering,

National Taiwan Ocean University, Keelung, Taiwan

^{**} Department of Naval Architecture and Ocean Engineering,

National Kaohsiung Marine University, Kaohsiung, Taiwan

E-mail: jtchen@mail.ntou.edu.tw

Abstract

Review of the BEM and BIEM development in Taiwan in the past thirty years is introduced in the beginning (by the personal point of view). Besides, the current status of EABE journal is reported (on behalf of an associate editor). Then, the recent advances by NTOU/MSV for null fields in BIEM/BEM are addressed (as a head of this group). Solvability of integral equations as well as nonuniqueness occurs in the BIEM/BEM for boundary value problems containing degenerate scale, degenerate boundary, spurious eigenvalue and fictitious frequency. By employing the SVD technique with respect to the four influence matrices in the dual BEM, the degenerate mechanism can be studied in a unified manner. True information in physics due to rigid body mode and true eigensolution is found in the right unitary vector with respect to the corresponding zero singular value while the spurious information in mathematics due to degenerate boundary, degenerate scale, spurious eigenvalue and fictitious frequency is imbedded in the left unitary vector. The SVD updating term is employed to extract the true information while the SVD updating document is utilized to filter out the spurious information. Null field and nonzero field in the complementary domain for the ordinary case and irregular case, respectively, are emphasized. Treatment to ensure the unique solution is also examined. Several examples including degenerate boundary, degenerate scale, spurious eigenvalue and fictitious frequency are demonstrated to find null fields.

Keywords: BEM, null field, BEM/BIEM, nonuniqueness, rank deficiency, SVD

- [9]. Chen JT, Chen IL and Chen KH. Treatment of rank-deficiency in acoustics using SVD. *Journal of Computational Acoustics* 2006; **14** (2): 157-183.
- [10]. Chen JT, Lin SR and Chen KH. Degenerate scale problem when solving Laplace equation by BEM and its treatment. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2005; **62** (2): 233-261.
- [11]. Chen IL, Chen JT and Liang MT. Analytical study and numerical experiments for radiation and scattering problems using the CHIEF method. *Journal of Sound and Vibration* 2001; **248** (5): 809-828.
- [12]. Chen IL, Chen JT, Kuo SR and Liang MT. A new method for true and spurious eigensolutions of arbitrary cavities using the CHEEF method. *Journal of the Acoustical Society of America* 2001; **109** (3): 982-999.
- [13]. Chen JT, Lin YJ, Lee YT and Wu CF, Water wave interaction with surface-piercing porous cylinders using null-field integral equations, *Ocean Engineering*, 2011, **38**, : 409-418.