

球體的表面積

原式直接積分

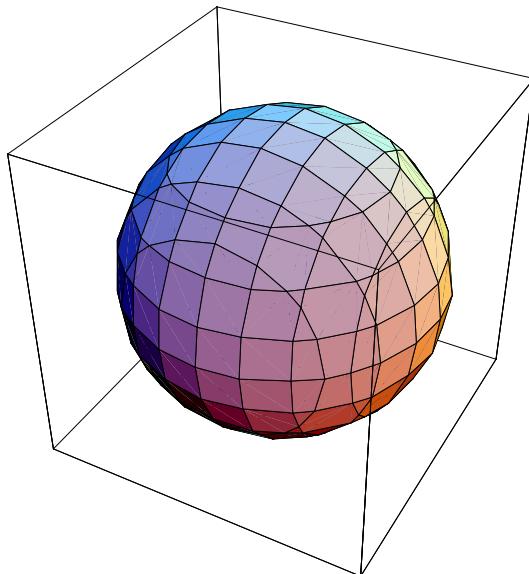
$$2 \int_0^1 \int_{\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-v^2}} \int_{\sqrt{1-u^2-v^2}}^1 u \, du \, dv \, du$$
$$= 4f$$

其中

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_{\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-v^2}} \int_{\sqrt{1-u^2-v^2}}^1 u \, du \, dv \, du \\ &= f \int_0^1 \frac{1}{1-v^2} \int_{\sqrt{1-v^2}}^1 u \, du \, dv \\ &= 2f \end{aligned}$$

若半徑為 a 時，表面積為

$$\begin{aligned} & 2 \int_a^{\sqrt{a^2-v^2}} \int_{\sqrt{a^2-v^2}}^{\sqrt{a^2-u^2}} \int_{\sqrt{a^2-u^2-v^2}}^a u \, du \, dv \, du \\ &= 4a \int_a^{\sqrt{a^2-v^2}} \int_{\sqrt{a^2-v^2}}^{\sqrt{a^2-u^2}} u \, du \, dv \\ &= 4fa^2 \end{aligned}$$



$$\begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{ú} & \text{---} \\ > & \text{---} \\ 1 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \textbf{5} \quad \begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ 1 & \text{---} \\ > u^2 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \ddot{\text{u}} \text{u}$$

$$f \quad \textbf{5} \quad \begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ 1 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{ú} & \text{---} \\ >_1 & \text{---} \\ f & \text{---} \\ \textbf{5} & \text{---} \\ \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ 1 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \ddot{\text{u}} \text{v}$$

2 f

2 ; 2 f

4 f

$$\begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ 2 ; \text{ú} & \text{---} \\ >_1 & \text{---} \\ \text{ú} & \text{---} \\ > & \text{---} \\ \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ 1 & \text{---} \\ > u^2 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \textbf{5} \quad \begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ 1 & \text{---} \\ > u^2 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \ddot{\text{u}} \text{u} \ddot{\text{u}} \text{v}$$

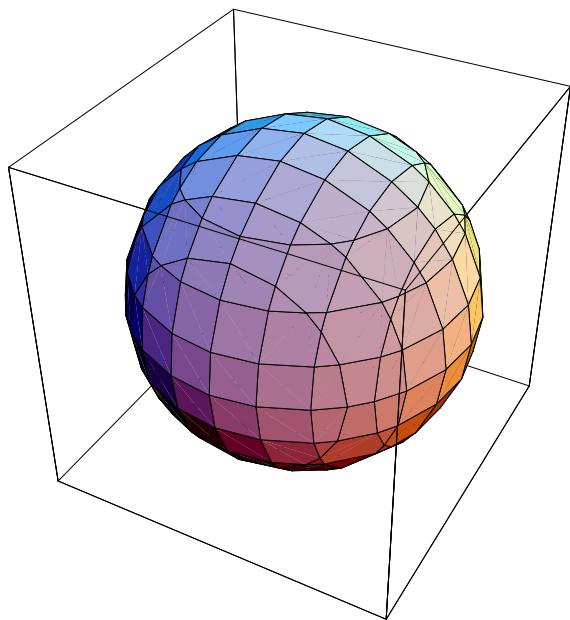
4 f

$$\begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ 2 ; \text{ú} & \text{---} \\ >_a & \text{---} \\ \text{ú} & \text{---} \\ > & \text{---} \\ \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ a & \text{---} \\ > a^2 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \textbf{5} \quad \begin{matrix} \textcircled{1} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ a^2 & \text{---} \\ > u^2 & \text{---} \\ > v^2 \end{matrix} \quad \ddot{\text{u}} \text{u} \ddot{\text{u}} \text{v}$$

4 a $\textcircled{1}_{a^2} f$

MM "Graphics`ContourPlot3D`"

ContourPlot3D[x^2 < y^2 < z^2 > 1, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}, PlotRange -> All]



(* Graphics3D *)