

# 工程數學

求補解的三種方法：

## 一、尤拉式：

$$x^2 y'' + a x y' + b y = 0$$

(1)  $y = x^m$

$$m(m-1) + a m + b = 0$$

$$y = x^{m_1} \quad , \quad y = x^{m_2}$$

(2)  $y_1$  已知,  $y_2 = y_1 u_1$

$$y'' + \frac{a}{x} y' + \frac{b}{x^2} y = 0$$

欲求  $u_1$  與  $y_2$

設： $u' = v$  代回上式：

$$y_1 v' + (2y_1' + \frac{a}{x} y_1) v = 0$$

求得： $v$

$$u_1 = \int v dx \quad y_2 = y_1 u_1$$

(3)  $W(x) = e^{-\int \frac{a}{x} dx}$

$$y_1 y_2' - y_1' y_2 = e^{-\int \frac{a}{x} dx}$$

## 二、一般式：

$$y'' + p(x) y' + q(x) y = 0$$

(2)  $y_1$  已知,  $y_2 = y_1 u_1$

$$y_1 u_1'' + [2y_1' + p(x) y_1] u_1' = 0 \quad \text{成立}$$

欲求： $u_1$  與  $y_2$

設： $u' = v$  代回上式：

$$y_1 v' + [2y_1' + p(x) y_1] v = 0$$

求得： $v$

$$u_1 = \int v dx \quad y_2 = y_1 u_1$$

(3)  $W(x) = e^{-\int p(x) dx}$

$$y_1 y_2' - y_1' y_2 = e^{-\int p(x) dx}$$

[ 註 ]：[  $p(x) = a/x$ 、 $q(x) = b/x^2$  ]

[ 註 ]：一、尤拉式 (1) (2) (3) 皆可用 二、一般式 (2) (3) 可用