**工數第二次大考(二階ODE)HRE2 504 18:00-21:00 Dec.17, 2019 (一張A4)**

日期：2019年 12月 17日 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_學號：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. 常係數ODE與Euler-Cauchy ODE：

(1) 若一常係數ODE，，在事先不知兩補解的情況下，請先找出兩補解的(4%)若已知其中一補解為，試求另一補解(4%)再將所求得的兩個補解以變數異動法求出特解(4%)

(2) 若一Euler-Cauchy ODE，，在事先不知兩補解的情況下，請先找出兩補解的(4%)若已知其中一補解為，試求另一補解(4%)再將所求得的兩個補解以變數異動法求出特解(4%)

(3) 透過上面(1)與(2)之結果，請嘗試說明常係數ODE與Euler-Cauchy ODE間的關係如何鏈結。(2%)

 (4) Bonus：，求解兩補解(3%)(3%)

與其(4%) (Hint:可轉成常係數ODE求解)

1. 若其補解為，則：

，

且與

故可知，即

 (4.1式)

今對應之齊次ODE為：，可得，導得

1. 已知一補解為與，即：

故可得

1. 令，則

且已知與即：

與

若，則，

則可展成：



即



導得：，其線性代數系統如下：

 (4.2式)

由(a)已知與，則(4.2式)即為：

可導得與，則：

1. 由(4.1式)可知，則
2. 已知一補解為與，即：

故可得

1. 由(4.2式)可知

可導得與，則：

1. 常係數ODE與Euler-Cauchy ODE的解空間可由進行連結。
2. Euler-Cauchy ODE：可轉為

則，即其補解為：，

故原Euler-Cauchy ODE之補解為：

