

邊界元素法基本教材

陳正宗 海大河海系

習題一：邊界元素法的程式建立

習題二：U,T,L,M 核函數的計算

習題三：單自由度振動系統之積分型式表示法

習題四：以無限長梁之基本解推導梁元素勁度矩陣

習題五：虛幻頻率的發生機制

習題六：實際應用例

教科書習題：

p.40, p.46, p.48, p.58, p.121, p.124, p.139, p.140, p.140, p.232, p.288, p.317, p.330, p.347, p.363

習題一：邊界元素法的程式建立

試以手算如下 *Laplace* 問題，並配合程式撰寫驗核之。

若以程式 *BEPO2D* 進行者，需加入修改部份，若自行發展者，則免。

(1). 前處理程序：

手算部份：將定義域的邊界分成 8 個元素。

程式部份：建立一 *GEOM* 副程式，需產生元素編號、結點編號、結點連續指標、結點座標。

(2). U_{ij}, T_{ij} 矩陣建立：

手算部份：計算 U_{ij}, T_{ij} 影響係數。

程式部份：建立一 *UKERNEL*、*TKERNEL* 副程式，計算 U_{ij}, T_{ij} 影響係數。

(3). L_{ij}, M_{ij} 矩陣建立：

手算部份：計算 L_{ij}, M_{ij} 影響係數。

程式部份：建立一 *LKERNEL*、*MKERNEL* 副程式，計算 L_{ij}, M_{ij} 影響係數。

(4). 邊界條件的引入：

手算部份：邊界條件的引入。

程式部份: 建立一 *BC* 副程式, 將邊界條件引入。

(5). 矩陣之求解:

手算部份: 將邊界條件代入, 求解未知量。

程式部份: 建立一 *LUPPDC*, *LUPPSB* 程式求解未知量。

(6). 後處理程序:

手算部份: 手算結果的整理。

程式部份: 建立一 *POST* 副程式, 將輸出結果以等高線、三維立體圖或 *XY - PLOT* 繪出。

習題二: U, T, L, M 核函數的計算:

試以如下一維問題,

(1). 弦

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \delta(x - s), \quad 0 < x < 1$$

邊界條件

$$u(0) = u(1) = 0$$

(1). 梁

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} + ku = \delta(x - s), \quad 0 < x < 1$$

邊界條件

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad u(1) = u'(1) = 0$$

擇一求解

(1). 級數型式的 U, T, L, M 核函數。

(2). 閉合型式的 U, T, L, M 核函數。

(3). 取 $s = 0.5$ 繪出級數型式的 U, T, L, M 核函數圖, 並討論之。

(4). 取 $s = 0.5$ 繪出閉合型式的 U, T, L, M 核函數圖, 並討論之。

習題三: 單自由度振動系統之積分型式表示法

試將如下單自由度振動系統之常微分方程寫成積分型式

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \quad (1)$$

初始條件 $\phi(0) = x_0$, $\dot{\phi}(0) = \dot{x}_0$

[解] :

$$x(t) = \int_0^t K(t, s)x(s)ds + (2\xi\omega x_0 + \dot{x}_0)t + x_0$$

其中 $K(t, s) = (s - t)\omega^2 - 2\xi\omega$, 上面 $x(t)$ 式為 Volterra 第二類方程式。

習題四：以無限長梁之基本解推導梁元素勁度矩陣

$$\frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ M_0 \\ Q_1 \\ M_1 \end{bmatrix}$$

參考文獻: p.31, Banerjee , 陳與洪 , p.406 。

習題五：虛幻頻率的發生機制：

試以如下一維問題，控制方程

$$\frac{d^2u}{dx^2} + k^2u(x) = 0, \quad 0 < x < 1$$

邊界條件為

$$u(x) = \bar{u}, \quad x = x_0$$

或

$$t(x) = \bar{t}, \quad x = x_0$$

若取如下半無限域格林解

(1). $U(x, s) \Big|_{x=0} = 0$ 。

(2). $T(x, s) \Big|_{x=0} = 0$ 。

則虛幻頻率會隨邊界條件或格林解型式而有何不同？

參考文獻: 陳與洪 , p.317 。

以下習題六擇一即可，並將結果綜整成期末報告

習題六一1：破壞力學的應用：

試計算如下邊裂縫承受均勻外力作用下的應力強度因子？

習題六一2：三維勢位場問題的應用：

試建立含薄翼之三維勢位分析程式？

習題六一3：聲波場問題的應用：

試建立含隔音牆的聲波分析程式？

習題六一4：地震工程的應用：

試建立時變邊界條件的地震分析程式？

習題六一5：試將習題一的程式，修改成如下任一方法，並求解如下問題

- (1). 間接法第一類。
- (2). 間接法第二類。
- (3). 間接法第三類。
- (4). 間接法第四類。
- (5). 外域問題。
- (6). 誤差評估。
- (7). 角點問題。
- (8). 半無限域問題。