

洪宏基 (臺大土木系)

習題 1

1.1 工程問題與數學列式 (任擇二小題)

- (a) 選擇一種特定問題 (工程問題、物理問題、... 等等, 如靜電場、圓軸扭轉等) 由物理定律開始, 一路推導一維 *Laplace* 方程式, 評述每個量的物理意義、因次及常用單位, 並討論各種可能之邊界條件。
- (b) 選擇一種特定問題由物理定律開始, 一路推導二維 *Laplace* 方程式, 評述每個量的物理意義、因次及常用單位, 並討論各種可能之邊界條件。
- (c) 選擇一種特定問題由物理定律開始, 一路推導三維 *Laplace* 方程式, 評述每個量的物理意義、因次及常用單位, 並討論各種可能之邊界條件。

1.2  $U(x, \hat{x}), V(x, \hat{x}), L(x, \hat{x}), M(x, \hat{x})$  核函數的計算

試以如下一維問題,

- (a) 桿 (二階常微分方程)

$$-EA \frac{d^2 u}{dx^2} = 2\delta(x - \frac{l}{3}), \quad 0 < x < l$$

$$u(0) = u(l) = 0$$

- (b) 地梁 (四階常微分方程)

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} + ku = (5x + 2) + \delta(x - \frac{l}{3}), \quad 0 < x < l$$

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad u(l) = u'(l) = 0$$

- (i) 分別求解  $U(x, \hat{x}), V(x, \hat{x}), L(x, \hat{x}), M(x, \hat{x})$  核函數。
- (ii) 分別繪出  $U(x, \hat{x}), V(x, \hat{x}), L(x, \hat{x}), M(x, \hat{x})$  核函數圖, 並討論之。

1.3 邊界積分方程法的計算

就下述梁撓曲問題

$$4 \frac{d^4 u}{dx^4} = 2\delta(x - \frac{10}{3}), \quad 0 < x < 10$$

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad u(10) = u''(10) = 0$$

分別以單位載重法 (即格林函數法) 及邊界積分方程法求解, 畫出撓度圖、彎矩圖、剪力圖, 並比較討論之。

繳交日期：1997 年 10 月 21 日，  
其中第 1.2 題  $L(x, \hat{x}), M(x, \hat{x})$  核函數部份於 1997 年 11 月 25 日繳交。