Method(1)：

$$z_1 = 2i \quad z_2 = 1 - i \quad z_n = \frac{1}{2}(z_{n-1} + z_{n-2})$$

$$z_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \quad z_4 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}i \quad z_5 = \frac{5}{8} + \frac{1}{8}i \quad z_6 = \frac{11}{16} - \frac{1}{16}i \quad z_7 = \frac{21}{32} + \frac{1}{32}i \quad z_8 = \frac{43}{64} - \frac{1}{64}i \quad \cdots$$

取 z_n 的實部部分：

$$z_3 = \frac{1}{2} \quad z_4 = \frac{3}{4} \quad z_5 = \frac{5}{8} \quad z_6 = \frac{11}{16} \quad z_7 = \frac{21}{32} \quad z_8 = \frac{43}{64} \quad \cdots$$

$$z_3 - z_4 = \frac{1}{2} \quad z_5 - z_4 = -\frac{1}{2} \quad z_6 - z_5 = \frac{1}{2} \quad z_7 - z_6 = -\frac{1}{2} \quad z_8 - z_7 = \frac{1}{2} \quad \cdots$$

所以可以發現實部的通式：

$$\mathrm{Re}[z_n] = \sum_{N=0}^{n-2} (\frac{-1}{2})^N \quad n \geq 3$$

$$\lim_{n\to\infty}(\mathrm{Re}[z_n]) = \lim_{n\to\infty}(\sum_{N=0}^{n-2} (\frac{-1}{2})^N) = \sum_{N=0}^{\infty} (\frac{-1}{2})^N = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \quad n \geq 3$$

取 z_n 的虛部部分：

$$z_3 = \frac{1}{2}i \quad z_4 = -\frac{1}{4}i \quad z_5 = \frac{1}{8}i \quad z_6 = -\frac{1}{16}i \quad z_7 = \frac{1}{32}i \quad z_8 = -\frac{1}{64}i \quad \cdots$$

$$z_3 = \frac{(-1)^{3-1}}{2^{3-2}}i \quad z_4 = \frac{(-1)^{4-1}}{2^{4-2}}i \quad z_5 = \frac{(-1)^{5-1}}{2^{5-2}}i \quad z_6 = \frac{(-1)^{6-1}}{2^{6-2}}i \quad z_7 = \frac{(-1)^{7-1}}{2^{7-2}}i \quad z_8 = \frac{(-1)^{8-1}}{2^{8-2}}i \quad \cdots$$

所以可以發現虛部的通式：

$$\mathrm{Im}[z_n] = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-2}} \quad n \geq 3$$

$$\lim_{n\to\infty}(\mathrm{Im}[z_n]) = \lim_{n\to\infty}[\frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-2}}] = 0 \quad n \geq 3$$

所以 $\lim_{n\to\infty} z_n = \frac{2}{3} + 0i$

Method(2)：

$z_1=2i \quad z_2=1-i \quad z_n=\frac{1}{2}(z_{n-1}+z_{n-2})$

$z_3=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i \quad z_4=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}i \quad z_5=\frac{5}{8}+\frac{1}{8}i \quad z_6=\frac{11}{16}-\frac{1}{16}i \quad z_7=\frac{21}{32}+\frac{1}{32}i \quad z_8=\frac{43}{64}-\frac{1}{64}i \quad \cdots$

取 z_n 的虛部部分：

$z_3=\frac{1}{2}i \quad z_4=-\frac{1}{4}i \quad z_5=\frac{1}{8}i \quad z_6=-\frac{1}{16}i \quad z_7=\frac{1}{32}i \quad z_8=-\frac{1}{64}i \quad \cdots$

$z_3=\frac{(-1)^{3-1}}{2^{3-2}}i \quad z_4=\frac{(-1)^{4-1}}{2^{4-2}}i \quad z_5=\frac{(-1)^{5-1}}{2^{5-2}}i \quad z_6=\frac{(-1)^{6-1}}{2^{6-2}}i \quad z_7=\frac{(-1)^{7-1}}{2^{7-2}}i \quad z_8=\frac{(-1)^{8-1}}{2^{8-2}}i \quad \cdots$

所以可以發現虛部的通式：

$\mathrm{Im}[z_n]=\frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-2}} \quad n\geq 3$

$\lim_{n\to\infty}(\mathrm{Im}[z_n])=\lim_{n\to\infty}[\frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-2}}]=0 \quad n\geq 3$

已知 $z_1=2i \quad z_2=1-i$

可以得到直線方程式：$3x+y=2$

令 $y=0$ 　得　$x=\frac{2}{3}$

所以 $\lim_{n\to\infty}[z_n]=\frac{2}{3}+0i$