Engineering Mathematics I HW#3 日河工 2B

1) 當然你是位用功的好學生，下載作業題目後，先行復習二階常微分的 2.1 及 2.2 二小節。之後開始進行以下的自我學習檢驗:

a) 先分別寫出 *hyperbolic sine of 2x* 與 *hyperbolic consine of 2x* 的表示式，如 sinh(2x)=……, 並繪圖之

b) 分別驗證 $y_1(x)=\cosh(2x)$, $y_2(x)=\sinh(2x)$ 均為以下二階常微分方程式的解 $y''-4y=0$

c) 這時，你好奇 $y_1(x)=\cosh(2x)$, $y_2(x)=\sinh(2x)$ 是否為線性獨立，就先看看課本 p.68~p.70 的內容，然後計算 y_1， y_2 的 Wronskian（2×2 的行列式），以判別之。

d) 寫出 y_1， y_2 的線性組合，並說說為何其可構成本題二階常微分方程式的任一解，從而寫出本題之通解 y_h 。

e) 針對本題二階常微分方程式，自己試寫出一組合宜之初始條件，並求得滿足此組初始條件之特解。

2) a)對照定理 2.1，寫出 $y''-7y'/x+16y/x^2=0$ 之 p,q 為連續的開區間 I。

b)分別驗證 $y_1(x)=x^4$, $y_2(x)=x^4\ln(x)$ 均為上述二階常微分方程式的解(注意開區間 I)。

c)寫出 y_1， y_2 的線性組合，並詳述為何其可構成本題二階常微分方程式的任一解(y_1， y_2 的 Wronskian ?)，從而寫出本題之通解 y_h 。

d)針對本題二階常微分方程式，求得滿足初始條件，

$y(e)=2,\quad y'(e)=4$ ，之特解。

3)再復習一下 1.6 節的內容，並求解以下題目

a） $y'=-y^2/x+2y/x$ （Bernoulli equation）

b） $y'=-e^{-x}y^2+y+e^x$ （Riccati equation with $S(x)=e^x$ ）

最後，記得提早動筆，準時(11/3)繳交！